Apuntes de

ELECTRICIDAD

ELECTROSTÁTICA, ELECTROMAGNETISMO Y CORRIENTE ELÉCTRICA

Ing. Jorge M. BUCCELLA

4ª Edición

Universidad Nacional de Cuyo
Escuela de Comercio "Martín Zapata"
Polimodal: Producción de Bienes y Servicios

Mendoza, mayo de 2003

PRÓLOGO (1ª edición)

Estos breves "Apuntes de Electricidad" están orientados a los alumnos de los Polimodales que no han tenido un curso completo de Física que abarque los temas de electricidad y magnetismo.

En él se vuelcan los conceptos básicos sin desarrollos matemáticos ni justificaciones rigurosas, sólo se pretende que aquel que deba trabajar con electricidad en forma lateral pueda resolver problemas simples o entenderse con el especialista a quién recurra para los problemas más complejos.

Un estudio más detallado del comportamiento de los circuitos eléctricos puede verse en el libro "Teoría de los Circuitos I" del mismo autor que está disponible para su fotocopiado en la Facultad Regional Mendoza de la U.T.N.

La fundamentación de la electrostática, la electrodinámica y del magnetismo puede verse en cualquiera en los innumerables textos de Física.

Si resulta útil para alguien me sentiré retribuido, si me hacen llegar comentarios para corregirlo y/o mejorarlo sin profundizar el enfoque serán muy bienvenidos. Gracias.

PRÓLOGO (3ª edición)

La tercera edición contiene correcciones tipográficas y, creo y espero, mejoras en algunas explicaciones. Además se han agregado problemas resueltos y explicados que tratan de mejorar la comprensión de los temas.

Reitero mi gratitud a aquellos alumnos que me hicieron notar las deficiencias de la edición anterior.

Godoy Cruz, Mendoza
20 de Septiembre de 2002
Ing. Jorge María BUCCELLA
e_mail: jmbuccella@ciudad.com.ar

TEMARIO

NOTAS Y COMENTARIOS

1 - ELECTROSTÁTICA

1-A) Estructura del átomo

Para poder entender los fenómenos eléctricos debemos conocer cómo está compuesta la materia. La partícula más pequeña de ella es la molécula que conserva todas sus características, sin embargo no es indivisible, aunque su división si modifica las características propias.

La molécula está constituida por uno o más átomos que pueden ser de igual (elementos puros) o de distinta conformación (compuestos). El átomo está compuesto por un núcleo, que prácticamente concentra la masa total, rodeado por una o casi un centenar de partículas que giran a su alrededor llamadas electrones. El núcleo está compuesto desde una partícula hasta cientos de ellas, las principales y más conocidas, aunque no las únicas, son los protones y neutrones.

El diámetro del núcleo es del orden de 10^{-14} metros y el de las órbitas de los electrones que definen el tamaño total del átomo de 2 a 3 $\cdot$ 10^{-10} metros. Las masas de protones y neutrones son aproximadamente las mismas y unas 1840 veces mayores a la de los electrones.

Por ejemplo el átomo más simple es el de Hidrógeno y está constituido por un protón en el núcleo (es el único que no tiene neutrones) y un electrón en órbita. La molécula-gramo de hidrógeno monoatómico consta de 6,02 $\cdot 10^{23}$ partículas (número de Avogadro) y su masa es de 1,008 gramos, por consiguiente la masa de un átomo es de 1,67 $\cdot$ 10^{-27} kilogramos, la de un electrón (1840 veces menos) es de $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kilogramos con lo que se puede decir que la masa del protón es igual a la del átomo. El átomo más complejo que se encuentra en estado natural es el de Uranio que contiene 92 electrones girando alrededor de un núcleo con 92 protones y 146 neutrones.

1-B) Fuerzas interatómicas

Se ha determinado que entre electrones y protones existen fuerzas mutuas, además de las gravitatorias debidas a sus masas, que se explican adjudicándoles una propiedad llamada carga eléctrica o electricidad, con una diferencia fundamental ya que las fuerzas gravitatorias son solamente atractivas mientras que las eléctricas pueden ser atractivas o repulsivas.

Los protones se repelen entre sí al igual que los electrones, pero los protones y electrones se atraen entre ellos. Esto dio lugar a la designación de dos clases de carga eléctrica: positiva (asignada arbitrariamente a los protones) y negativa (a los electrones). Todos los protones tienen exactamente la misma carga positiva y todos los electrones la misma carga negativa y, como todo átomo normal que tiene el mismo número de protones que de electrones no presenta cargas en exceso, las cargas son del mismo valor aunque de signo contrario.

No habiéndose detectado cargas inferiores a las de un electrón o protón se deduce que esta sería la unidad natural o fundamental de carga eléctrica.

Además de estas fuerzas gravitatorias y eléctricas que dependen de la distancia entre las partículas, hay otras que dependen del movimiento relativo y dan lugar a efectos magnéticos.

1-C) Electrización por contacto

Dado que los átomos tienen igual número de electrones que de protones la materia no presenta normalmente efectos eléctricos. Si alteramos este equilibrio, es decir que tiene defecto o exceso de electrones, decimos que está cargada. Hay muchos medios para lograr este desequilibrio siendo el más antiguo el de frotamiento, aunque en realidad es más correcto decir por contacto.

Por ejemplo entre una barra de ebonita y una piel la primera adquiere electrones y queda cargada negativamente y la piel, consecuentemente, positivamente. Una barra de vidrio con un trapo de seda resulta en la barra positivamente y el trapo negativamente cargado. En todos los casos se ha verificado que la cantidad de carga lograda por un elemento es exactamente igual y de signo contrario al obtenido por el otro, no hay creación o pérdida sólo transmisión.

Estas cargas pueden transferirse a otros cuerpos también por contacto, observándose que hay repulsión entre aquellos que han sido cargados con la misma carga y hay atracción entre los de carga distinta.

1-D) Conductores y aisladores

En realidad este fenómeno de carga por contacto se produce, en menor o mayor grado, entre dos substancias distintas. La diferencia estriba en el hecho que algunos materiales permiten mejor que otros la distribución de las cargas. Esto da lugar a una clasificación de materiales conductores, que proveen una fácil circulación de las cargas, y aisladores que impiden su desplazamiento.

Los metales, de electrovalencia positiva y que en disolución forman iones positivos, tienen la facilidad de desprenderse de sus electrones de las órbitas exteriores generando los llamados electrones libres que pueden moverse libremente por el material. El núcleo y el resto de los electrones quedan en posición fija. En los aisladores no hay, o hay muy pocos, electrones libres faltando, en consecuencia, los portadores de carga.

1-E) Cantidad de electricidad. Ley de Coulomb

Un cuerpo cargado es aquel que tiene cierto número de protones o electrones en exceso y la carga neta queda definida por este número. Sin embargo en la práctica la carga se expresa en una unidad mucho mayor. Utilizamos la letra “Q” (mayúscula o minúscula) para indicar esta carga.

En 1784-85 Charles A. Coulomb estableció que la fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas eléctricas era inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. Posteriormente se demostró que, para una separación dada, esta fuerza dependía directamente del producto de las cargas individuales. Estas relaciones pueden convertirse en una igualdad estableciendo una constante de proporcionalidad **k** con lo que se obtiene la Ley de Coulomb.

$$\mathbf{F = k\,(q\,q')/r^2}$$

El valor de la constante **k** depende de las unidades que expresen la fuerza, la carga y la distancia. Esta forma queda, en general, restringida a cargas puntuales, es decir de dimensiones despreciables respecto a la distancia que las separa. También debe tenerse en cuenta que las cargas inducidas en las moléculas del medio que las rodea modifican esta fuerza. El vacío es el medio ideal pero el aire sólo modifica en un 0,5 por mil.

En el **sistema electrostático** de unidades las fuerzas se expresan en **dinas**, las distancias en **centímetros**, y la unidad de carga se elige para que el valor de **k** sea unitario. Consecuentemente la unidad electrostática de carga eléctrica puede definirse como *la carga que repele a otra igual y del mismo signo situada a la distancia de un centímetro con la fuerza de una dina*. Esta unidad es llamada por algunos **statocolumbio** o que se indica como **uesq**. Las dimensiones de **k** son, entonces, $\text{dinas}\cdot\text{cm}^2/\text{uesq}^2$.

En el **sistema mks** la unidad de carga es el **Coulomb** o **culombio** pero no se define por esta ley sino en función de la unidad de intensidad de corriente, el **amperio**, y se define como *la cantidad de carga que atraviesa por segundo la sección de un conductor por el cual circula una corriente de un amperio*. El **culombio** es muy aproximadamente igual a $3\cdot10^9$ **uesq**.

Ya que las unidades de carga, fuerza y distancia en el sistema mks se han definido en forma independiente de la ley de Coulomb, el valor de la constante k debe determinarse experimentalmente, el valor de ella es $\mathbf{k = 8{,}98742\cdot10^9\ newton\cdot metro^2/coul^2}$ ya que la unidad de fuerza es el **newton** y la de distancia el **metro**.

La carga de un electrón es, para este sistema, $\boldsymbol{e} = \mathbf{-1{,}602\cdot10^{-19}\ coul}$.

Con el objeto de evitar la aparición del factor 4π en otras ecuaciones se define otra constante ε_0 tal que $\varepsilon_0 = 1/(4\pi\mathbf{k})$ con lo que la Ley de Coulomb queda expresada como:

$$\mathbf{F = (1/4\pi\varepsilon_0)\cdot((q\ q') / r^2)}$$

La constante ε_0, llamada **permitividad eléctrica**, es, para el sistema mks:

$$\varepsilon_0 = \mathbf{8{,}85415\cdot10^{-12}\ coul^2/N\cdot m^2}.$$

1-F) Campo eléctrico

Si en un medio donde existe una carga eléctrica colocamos otra a cierta distancia hemos visto que sufrirá una atracción o repulsión. Esta fuerza es, como la gravitatoria, ejercida a distancia por lo que podemos asumir que la carga, a similitud con la masa, genera un campo eléctrico. Es decir que su presencia modifica las cualidades del medio. Con esto podemos decir que la fuerza que se ejerce sobre la segunda carga es provocada por el campo generado por la primera y, por supuesto recíprocamente.

*Se dice que existe un **campo eléctrico** en un punto si sobre un cuerpo cargado colocado en dicho punto se ejerce una fuerza de origen eléctrico*.

Ya que la fuerza es una magnitud vectorial el campo también tiene dirección, sentido y módulo.

*El valor del campo en cualquier punto, representado por **E**, se define como el cociente obtenido de dividir la fuerza **F** ejercida sobre un cuerpo de prueba colocado en el punto, por la cantidad de carga **q’** del cuerpo de prueba*.

$$\mathbf{E = F / q'}$$

El campo eléctrico es la fuerza por unidad de carga; consecuentemente en el sistema mks la intensidad de campo eléctrico es el newton/culombio. La expresión anterior puede ponerse como:

$$\mathbf{F = q' \, E}$$

Es decir que la fuerza ejercida sobre una carga **q'** en un punto del campo está dada por el producto de la carga por la intensidad de campo eléctrico.

La ley de Coulomb dice que la fuerza sobre la carga de prueba es:

$$\mathbf{F = (1/4\pi\varepsilon_0)\cdot((q\, q') / r^2)}$$

y, por consiguiente la intensidad del campo en el punto resulta:

$$\mathbf{E = F/q' = (1/4\pi\varepsilon_0)\cdot(q / r^2)}$$

y el sentido es tal que se aleja de la carga **q** si **q**' es del mismo signo o se acerca si es de distinto signo.

En el caso que el campo esté formado por varias cargas puntuales a distintas distancias del punto la intensidad de campo es la resultante de la suma vectorial (o geométrica) del producido por cada una de ellas en el punto.

$$\mathbf{E = (1/4\pi\varepsilon_0)\cdot \sum (q / r^2)}$$

En la práctica los campos son creados por distribuciones de cargas sobre conductores finitos, en este caso se consideran cargas infinitesimales **dq** y la suma se convierte en la integral:

$$\mathbf{E = (1/4\pi\varepsilon_0)\cdot \int dq / r^2}$$

Se comprueba que la ley de Coulomb es precisamente de la misma forma que la ley de Newton para la fuerza gravitatoria entre masas puntuales. Por ello las definiciones de intensidad de campo eléctrico son las mismas que las de campo gravitatorio y parecería deducirse que ambos problemas obedecen al mismo principio sin embargo hay diferencias importantes que hacen la definición de campo eléctrico como la razón de la fuerza a la carga preferible a la última expresión. La diferencia procede del hecho de que los efectos gravitatorios parecen propagarse con velocidad infinita no ocurre lo mismo con los fenómenos eléctricos o, más correctamente, electromagnéticos. La velocidad de propagación en el vacío es la misma que la velocidad de la luz: $3\cdot10^8$ m/seg.

Si queremos definir la intensidad de campo como **E = F / q'** debemos postular que: a) las cargas que crean el campo no se desplazan por la presencia de la carga de prueba, o b) debe utilizarse una carga de prueba infinitesimal que produce una alteración despreciable en la distribución de cargas inicial.

Si en cambio se define por la ecuación $\mathbf{E = (1/4\pi\varepsilon_0)\cdot \int dq / r^2}$ la dificultad anterior no se plantea por no utilizarse la carga de prueba.

1-G) Líneas de fuerza

El concepto de líneas de fuerza fue introducido por Faraday como un medio auxiliar para representar campos eléctricos o magnéticos. *Una línea de fuerza es una línea imaginaria trazada de forma tal que su dirección en cada punto (la dirección de su tangente) sea la misma que la dirección del campo* *en ese punto, las flechas que se indican sobre ella señalan el sentido del campo*. Si se quisiese podría dibujarse una línea por cada punto del plano lo que significaría no poder distinguir una de la otra. Para que, a la vez de indicarnos la dirección y sentido, puedan representar la intensidad de campo se dibujan de modo tal que *el número de las que atraviesan la unidad de superficie perpendicular a la dirección del campo sea igual, en cada punto, al producto de* ε_0 *por la intensidad de campo eléctrico en ese punto*.

1-H) Rigidez dieléctrica

Un aislador o dieléctrico es una substancia que no tiene, o tiene muy pocos, portadores de carga capaces de moverse bajo el efecto de un campo eléctrico. Sin embargo existe para cada una un cierto límite de la intensidad de campo por encima de la cual se convierte en conductora. La máxima intensidad de campo eléctrico que una substancia puede soportar sin rotura de denomina rigidez dieléctrica. Por ejemplo para el aire a presión atmosférica es de $3 \cdot 10^6$ newton/coul y para el vidrio dos o tres veces mayor.

En función de estos datos puede calcularse la carga máxima por unidad de superficie de un conductor situado en el aire como:

$$\sigma = \varepsilon_0 \, E = (3 \cdot 10^6)/(36\pi \cdot 10^9) = 27 \cdot 10^{-6} \text{ coul/m}^2$$

Realmente las condiciones bajo las cuales puede saltar una chispa en el aire desde un conductor a otro son mucho más complicadas de lo que resulta de establecer lo anterior, el tema debe estudiarse consultando sobre la conductividad eléctrica en los gases.

1-I) Potencial eléctrico

El potencial en un punto es el trabajo necesario para trasladar la unidad de carga positiva desde el infinito hasta el punto, en contra de las fuerzas eléctricas del campo. La diferencia de potencial entre dos puntos es el trabajo necesario para trasladar la carga positiva unitaria desde un punto al otro.

El potencial eléctrico es, en principio, una magnitud escalar y sus dimensiones son las de un trabajo por unidad de carga. Se mide en **voltios (V)**; el voltio es el trabajo de un julio sobre la carga de un culombio, es decir **1 V = 1 J/Coul.**

Si recordamos que el trabajo puede calcularse por el producto entre la fuerza y el camino recorrido en contra de esa fuerza ($W = F \cdot r$), el potencial **V** en un punto, expresado en voltios, debido a la carga eléctrica **q**, en culombios, a una distancia **r**, en metros, puede calcularse como:

$$V = k \, (q / r)$$

El trabajo $\mathbf{W_{ab}}$ realizado para trasladar una carga **q** de un punto **a,** a otro **b,** cuya diferencia de potencial es $\mathbf{V_{ab} = V_a - V_b}$ vale:

$$W_{ab} \text{ (julios)} = - q \text{ (culombios)} \cdot V_{ab} \text{ (voltios)}$$

Si el campo eléctrico es uniforme $\mathbf{W = - q\, V = F\, r}$, en donde **F** es la fuerza sobre la carga **q** y **r** es la distancia entre los puntos. Por consiguiente, $\mathbf{V / r = - F / q}$, o bien, $\mathbf{V / r = - E}$; es decir que en un campo eléctrico uniforme la intensidad **E** (en Newton/culombio) es igual al **gradiente de potencial V / r** (en voltios/metro) cambiado de signo. En general podemos decir que *la componente de la intensidad del campo eléctrico en cualquier* *dirección es igual al gradiente de potencial en esa dirección cambiado de signo*.

Decíamos que, en principio, el potencial es una magnitud escalar; pero la definición implica que el trabajo para trasladar la carga de un punto a otro depende del sentido de ese traslado y si las cargas (la trasladada y la que genera el campo) son de igual signo o no. Es decir que si gastamos un trabajo para llevar la carga del punto a al b vamos a "recuperarlo" trayendo la carga del b al a. Esto lo podemos indicar con una polaridad de esa diferencia de potencial, señalando como positivo el punto de mayor potencial con lo que la diferencia de potencial se convertiría en un vector especial con una única dirección posible pero los dos sentidos. (La importancia de establecer esto la veremos al estudiar la ley de Ohm).

Se dice que el punto **b** está a un potencial superior al del punto **a** si se realiza trabajo contra las fuerzas eléctricas para mover una carga positiva desde **a** hasta **b**. Esto es, **b** está a un potencial superior al de **a** si la energía potencial de una carga positiva es mayor en **b** que en **a**. La diferencia de potencial entre dos puntos **a** y **b** podemos indicarla como $\mathbf{V_{ab} \equiv V_a - V_b}$ y, consecuentemente, $\mathbf{V_{ab} \equiv - V_{ba}}$.

1-J) Condensadores

Un condensador o capacitor está constituido por dos conductores separados por un dieléctrico o aislante, igualmente cargados de electricidad de signo contrario.

*La capacidad **C** de un condensador está definida como la relación de la carga sobre uno de los conductores a la diferencia de potencial entre ellos*. En el sistema mks la capacidad se expresa en **Faradios**, en consecuencia resulta que:

$$\mathbf{C\ (faradios) = q\ (culombios)\ /\ V\ (voltios)}$$

Como esta unidad es muy grande se utilizan normalmente los submúltiplos.

La capacidad de un capacitor plano, formado por placas paralelas de igual superficie **A** (en metros cuadrados) separadas a una distancia **d** (en metros) viene dada por la fórmula:

$$\mathbf{C = K\ \varepsilon_0\ (A / d)}$$

Siendo **K** (adimensional) la *constante dieléctrica relativa* o *capacidad inductiva específica* del medio aislante, y $\boldsymbol{\varepsilon_0} = \mathbf{8{,}85415 \cdot 10^{-12}\ coul^2/N \cdot m^2}$, valor ya conocido. Si el medio es el vacío **K** = 1.

La capacidad equivalente de un conjunto de capacitores conectados en paralelo es igual a la suma de sus capacidades individuales. El recíproco de la capacidad equivalente de capacitores en serie es igual a la suma de los recíprocos de las capacidades individuales.

En un condensador, la diferencia de potencial entre sus conductores es directamente proporcional a la carga que adquieren. En el proceso de carga el elemento comienza descargado y adquiere al final una carga **q**. Por tanto la diferencia de potencial varía de cero al valor **V** final, y su valor medio es **½ V**. El trabajo para trasladar la carga q a través de una diferencia de potencial media, pero constante, ½ V es **W = q (½ V)**. Por consiguiente, la energía eléctrica **W** almacenada en la carga de un condensador viene dada por:

$$\mathbf{W = ½\ q\ V = ½\ C\ V^2 = ½\ q^2 / C}$$

(teniendo en cuenta que **q = C V**) donde **W** se mide en julios (J), **q** en culombios (Coul), **V** en voltios (V) y **C** en faradios (F).

1-K) Ejemplos de cálculos

1.- Encontrar la magnitud de la fuerza que existe entre una carga eléctrica positiva de 0,002 culombios y otra negativa de -0,003 culombios cuando se hallan a la distancia de 3 centímetros. ¿Qué tipo de fuerza es, atractiva o repulsiva?

Solución:

Los datos del problema me permiten encontrar la solución aplicando la Ley de Coulomb, pero para ello debemos expresar la distancia en metros. Utilizando la notación científica para simplificar las operaciones podemos establecer:

$\mathbf{k} = 9 \cdot 10^{9}$ [newton·metro ^{2}/coul ^{2}]

$\mathbf{q} = 2 \cdot 10^{-3}$ [coul]

$\mathbf{q'} = -3 \cdot 10^{-3}$ [coul]

$\mathbf{r} = 3 \cdot 10^{-2}$ [metros]

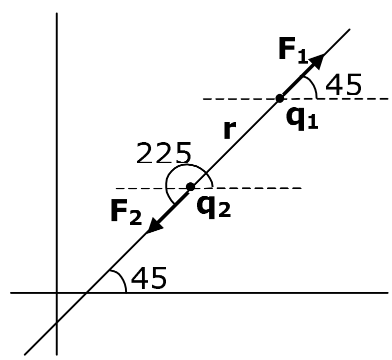
luego:

$\mathbf{F} = [(9 \cdot 10^{9}) \cdot (2 \cdot 10^{-3}) \cdot (-3 \cdot 10^{-3})] / (3 \cdot 10^{-2})^{2} = \mathbf{-\ 6 \cdot 10^{7}}$ **newtons**.

Ya que las cargas son de signo contrario el par de fuerzas que actúa es de atracción.

2.- Encontrar la magnitud y el sentido de la fuerza que existe entre dos cargas positivas de 0,02 culombios, si están ubicadas en el plano sobre una recta a 45º respecto al eje x, y separadas una distancia de 25 milímetros.

Solución:



Para este problema se aplica la misma fórmula que para el anterior. Debemos recordar que la distancia debe expresarse en metros:

$\mathbf{q_1} = \mathbf{q_2} = +\ 2 \cdot 10^{-2}$ coul y $\mathbf{r} = 25 \cdot 10^{-3}$ m.

Aplicando la fórmula resulta:

$\mathbf{F_1 = F_2 = +\ 5,76 \cdot 10^{9}}$ **newtons**.

Si las cargas están sobre una recta a 45º del plano las fuerzas tendrán esa dirección. El ángulo de la ubicada más arriba en el plano tendrá el sentido que la aleja de la otra, su ángulo será de 45º. La otra tendrá el sentido contrario por ello el ángulo es de 45º + 180º = 225º. Con lo que el resultado es:

$\mathbf{F_1 = +\ 5,76 \cdot 10^{9}\ \underline{/45º}}$ **newtons** y $\mathbf{F_2 = +\ 5,76 \cdot 10^{9}\ \underline{/225º}}$ **newtons**.

3.- Determinar la fuerza existente entre un electrón y un protón cuando se hallan separados por $1,5 \cdot 10^{\mathbf{-20}}$ metros.

Solución:

Para este problema se aplica la misma fórmula que para el anterior. Debemos recordar que las cargas eléctricas del protón y del electrón son iguales en magnitud pero positiva para el protón y negativa para el electrón:

$\mathbf{q_e} = -\ 1,602 \cdot 10^{-19}$ coul; $\mathbf{q_p} = +\ 1,602 \cdot 10^{-19}$ coul y $\mathbf{r} = 1,5 \cdot 10^{-20}$ m.

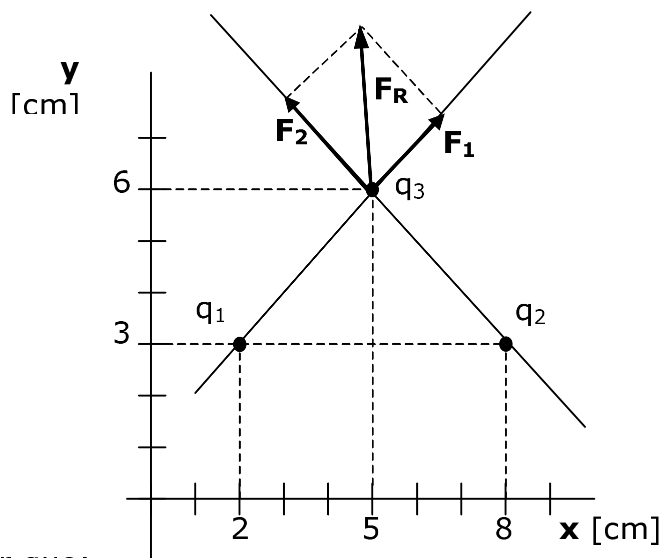
Aplicando la fórmula resulta:

F = - 1,5398·10 $^{+12}$ newtons.

4.- Una carga de +0,02 coul se encuentra en las coordenadas (2;3) en centímetros del plano xy. Otra de +0,03 coul en (8;3). Hallar la fuerza resultante, en magnitud y sentido, que ejercen sobre una tercera carga de 0,01 coul ubicada en (5;6).

Solución:

En este caso debemos calcular la fuerza que cada una de las dos primeras ejercen sobre la tercera y luego sumarlas vectorialmente para obtener la resultante. Además debemos primero calcular las distancias entre las cargas a partir de los datos que nos dan su ubicación. Conviene presentarlo gráficamente para verlo más claro.



Para la distancia entre q_1 y q_3 que podemos indicar como r_1, aplicamos el teorema de Pitágoras:

$(r_1)^2 = (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2$

$(r_1)^2 = (5 - 2)^2 + (6 - 3)^2 =$

$= 3^2 + 3^2 = 18\ cm^2$

$\mathbf{(r_1)^2 = 1{,}8\cdot 10^{-3}\ m^2}$

Haciendo lo propio con la otra distancia encontraremos que es la misma:

$\mathbf{(r_2)^2 = 1{,}8\cdot 10^{-3}\ m^2}$

Ahora podemos aplicar la fórmula de Coulomb y obtener que:

$\mathbf{F_1 = 1\cdot 10^9}$ **Nt** y su ángulo θ_1 **= 45º**

$\mathbf{F_2 = 1{,}5\cdot 10^9}$ **Nt** y su ángulo θ_2 **= 135º**

Para hallar la resultante debemos obtener la forma polinómica de los dos vectores F y realizar su suma vectorial, dado que estamos en un plano:

$\mathbf{F_1} = F_1\ (\mathbf{i} \cos\theta_1 + \mathbf{j}\ \text{sen}\ \theta_1) = 1\cdot 10^9\ (0{,}7071\ \mathbf{i} + 0{,}7071\ \mathbf{j}) = 0{,}7071\cdot 10^9\ \mathbf{i} + 0{,}7071\cdot 10^9\ \mathbf{j}$

$\mathbf{F_2} = F_2\ (\mathbf{i} \cos\theta_1 + \mathbf{j}\ \text{sen}\ \theta_2) = 1{,}5\cdot 10^9\ (-0{,}7071\ \mathbf{i} + 0{,}7071\ \mathbf{j}) = -1{,}0607\cdot 10^9\ \mathbf{i} + 1{,}0607\cdot 10^9\ \mathbf{j}$

Sumando se obtiene:

$\mathbf{F_R} = -\ 0{,}3536\cdot 10^9\ \mathbf{i} + 1{,}7678\cdot 10^9\ \mathbf{j}$ o bién $\mathbf{F_R = \underline{1{,}8028\cdot 10^9}}$ **101º18'40" Nt**

5.- Si deseo que se ejerza una fuerza de atracción de 1 newton entre dos cargas de magnitud 0,1 coul y signo contrario. ¿A qué distancia debo colocarlas?

Solución:

Debo encontrar la distancia entre dos cargas conocidas para obtener la fuerza requerida.

Luego resultará:

$\mathbf{r} = [\ (k \cdot q_1 \cdot q_2\ )/\ F\ ]^{½} = [(9 \cdot 10^{9} \cdot 1 \cdot 10^{-1} \cdot 1 \cdot 10^{-1})/\ 1]^{½} = (90 \cdot 10^{6})^{½} = \mathbf{9{,}487 \cdot 10^{3}}$ **metros**

6.- ¿Cuál es la intensidad de campo eléctrico que se genera a una distancia de 2 cm de una carga eléctrica de 1 coul?

Solución:

La fórmula de la intensidad de campo eléctrico es:

$\mathbf{E} = (1\ /\ 4\pi\varepsilon_0) \cdot q\ /\ r^{2} = k \cdot q\ /\ r^{2} = 9 \cdot 10^{9} \cdot 1\ /\ 4 \cdot 10^{-4} = \mathbf{2{,}25 \cdot 10^{13}}$ **N/coul**

7.- ¿Qué carga debo colocar para obtener un campo eléctrico de 1 newton/coul a una distancia de 5 cm.?

Solución:

Usando la fórmula del problema anterior podemos despejar la carga requerida:

$\mathbf{q} = (4\pi\varepsilon_0) \cdot r^{2} \cdot E = (1\ /\ k) \cdot r^{2} \cdot E = [(5 \cdot 10^{-2})^{2} \cdot 1\ ]\ /\ (9 \cdot 10^{9}\ ) = \mathbf{2{,}778 \cdot 10^{-13}}$ **coul**

8.- ¿Qué carga debo colocar a 2 cm de un punto para cancelar el campo eléctrico generado en él por una carga de -0,2 coul que está ubicada a 6 cm del punto? ¿En qué dirección debo colocarla?

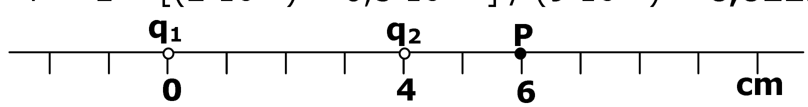
Solución:

Primero debo determinar el campo existente para luego poder cancelarlo.

$\mathbf{E_1} = k \cdot q\ /\ r^{2} = 9 \cdot 10^{9} \cdot (-2 \cdot 10^{-1})\ /\ (6 \cdot 10^{-2})^{2} = -\ 0{,}5 \cdot 10^{12}$ N/coul.

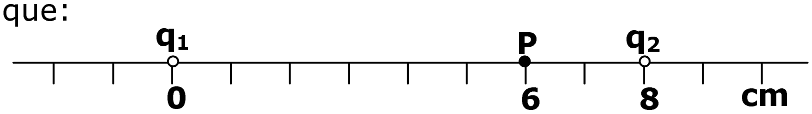
Para cancelarlo debo crear un campo de igual intensidad pero de sentido contrario, si ubico a la carga sobre la recta determinada por la carga existente y el punto, entre la carga y el punto:

$\mathbf{q_2} = (1\ /\ k) \cdot r^{2} \cdot E = [(2 \cdot 10^{-2})^{2} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{12}\ ]\ /\ (9 \cdot 10^{9}\ ) = \mathbf{0{,}02222}$ **coul**



O también un campo igual de igual signo si la ubico dejando al punto entre ambas cargas, es decir que:

$\mathbf{q_2 = -\ 0{,}02222}$ **coul**



9.- ¿Cuál es el potencial eléctrico de un punto ubicado a 10 cm de una carga de 0,6 coul?

Solución:

La fórmula del potencial eléctrico es:

$\mathbf{V} = (1\ /\ 4\pi\varepsilon_0) \cdot q\ /\ r = k \cdot q\ /\ r = 9 \cdot 10^{9} \cdot 6 \cdot 10^{-1}\ /\ 1 \cdot 10^{-1} = \mathbf{54 \cdot 10^{9}}$ **voltios**

10.- ¿Cuál es la diferencia de potencial entre dos puntos, el A ubicado a 5 cm y el otro B a 3 cm de una carga de +0,7 coul? ¿Cuál es el punto que tiene mayor potencial? ¿Cuál sería la respuesta si la carga fuera de igual magnitud pero de signo contrario?

Solución:

La fórmula del potencial eléctrico es:

$\mathbf{V_A =}$ $k \cdot q / r_A = 9{\cdot}10^{9} \cdot 7{\cdot}10^{-1} / 5{\cdot}10^{-2}$ $\mathbf{= 1{,}26{\cdot}10^{11}}$ **voltios**

$\mathbf{V_B =}$ $k \cdot q / r_A = 9{\cdot}10^{9} \cdot 7{\cdot}10^{-1} / 3{\cdot}10^{-2}$ $\mathbf{= 2{,}10{\cdot}10^{11}}$ **voltios**

La diferencia de potencial es: $\mathbf{V_{AB}} = V_A - V_B = (1{,}26 - 2{,}10){\cdot}10^{11}$ $\mathbf{= -\ 0{,}84{\cdot}10^{11}}$ **voltios**

Luego resulta que: $\mathbf{V_B}$ es mayor que $\mathbf{V_A}$

Para el segundo caso cambia el signo de los potenciales pero no su magnitud. Resultará lo contrario: $\mathbf{V_{AB} = +\ 0{,}84{\cdot}10^{11}}$ **voltios** y $\mathbf{V_B}$ es menor que $\mathbf{V_A}$

11.- a) ¿Cuál es la capacidad de un condensador plano formado por dos placas rectangulares paralelas de una superficie de 100 cm ^{2}, separadas por 1,5 mm de aire?

b) ¿Cuál es la carga eléctrica acumulada cuando se establece una diferencia de potencial entre placas de 75 voltios?

Solución:

Las longitudes deben darse en metros luego los datos para el cálculo serán:

$\mathbf{A =}$ $1{\cdot}10^{-2}\ m^2$ $\mathbf{d =}$ $1{,}5{\cdot}10^{-3}$ m $\mathbf{K_{aire} =}$ 1 ε_0 **=** $8{,}854{\cdot}10^{-12}$ coul ^{2}/N·m ^{2}

$\mathbf{C =}$ $K \cdot \varepsilon_0 \cdot (A / d) = 1 \cdot 8{,}854{\cdot}10^{-12} \cdot 1{\cdot}10^{-2} / 1{,}5{\cdot}10^{-3}$ **= 5,903 Faradios**

Y la carga podemos calcularla teniendo en cuenta que C = q / V, por ello:

q = C · V = 5,903 · 75 **= 442,7 coul**

NOTAS Y COMENTARIOS

2 - ELECTROMAGNETISMO

2-A) Imanes y magnetismo

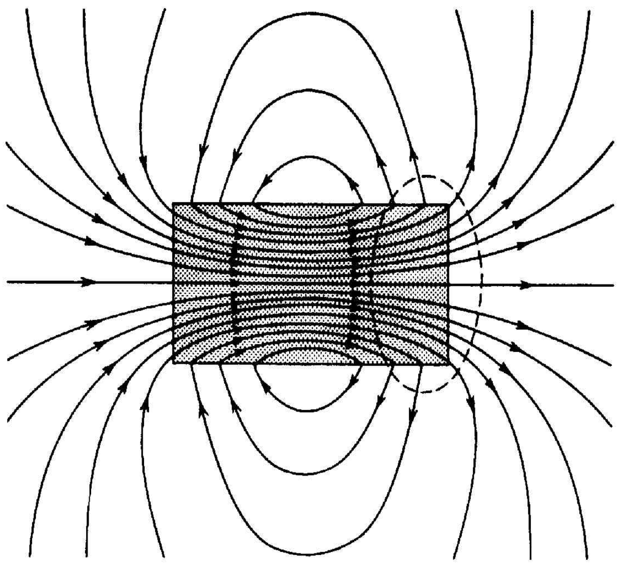
Denominamos **imán** a cualquier cuerpo que tiene la facultad de atraer trozos de hierro, y se llama **magnetismo** a la propiedad en virtud de la cual se produce esa atracción.

Si introducimos un imán en limaduras de hierro y lo retiramos veremos que las limaduras se adhieren fundamentalmente en los extremos, por ello denominamos **polos** a los extremos del imán. Aunque ambos polos atraen las limaduras no son iguales. Si tomamos dos barras magnéticas con polos localizados en los extremos y las suspendemos, a distancia considerable una de la otra y de cualquier otro imán o cuerpo de hierro, de forma que puedan girar libremente en un plano horizontal observaremos que las dos se ubican siguiendo la orientación Norte-Sur (tal como lo haría la aguja de una brújula). Si ahora las aproximamos veremos que los polos que apuntaban al Norte se repelen entre sí, y lo mismo ocurre con los que apuntaban al Sur; pero se atraen el polo que apuntaba al Norte de una con el que apuntaba al Sur de la otra. *Los polos iguales se repelen*.

Al polo que señalaba al Norte se denomina **polo norte** del imán y al otro **polo sur** del imán. La Tierra es un imán con los polos situados dentro de los Círculos Polares Ártico y Antártico, pero no coincidiendo con los extremos del eje de rotación (por eso hablamos de polos geográficos y polos magnéticos de la Tierra); hay que aclarar que el polo Norte de la Tierra es estrictamente un polo sur si la consideramos un imán.

Las fuerzas de atracción y repulsión magnéticas son tan fundamentales como las de atracción y repulsión entre cargas eléctricas y las de atracción de la gravedad, conocemos sus leyes y las utilizamos independiente de su naturaleza. Podemos sí adelantar que existe una marcada similitud entre las fuerzas eléctricas y las magnéticas y la diferencia entre ambos espacios es que podemos tener cargas eléctricas individuales positivas y/o negativas pero los imanes aparecen siempre como pares formando **dipolos magnéticos**.

El espacio que rodea al imán y a través del cual ejerce su influencia, se llama campo magnético del imán. Teóricamente se extiende hasta el infinito, pero en la práctica se considera hasta donde se detecta su influencia y ello depende de la sensibilidad del instrumento que usemos. (Lo mismo que el campo eléctrico generado por una carga eléctrica). Un polo norte magnético colocado en un punto del campo está sometido a una fuerza que tiende a moverlo en un sentido determinado; un polo sur colocado en el mismo punto está sometido a una fuerza que tiende a moverlo



de una barra magnética aislada, se colocará en la dirección del campo, señalando su polo norte en el sentido en que se movería un polo norte libre, y su polo sur en el que se movería un polo sur igualmente libre. Si movemos entonces la aguja siguiendo siempre el sentido en el cual está apuntando su polo norte, su trayectoria será una curva plana que termina en el polo sur de la barra. La curva puede completarse llevando la aguja a la posición inicial y desplazándola en el sentido que señala el polo sur. En este caso se encontrará que la trayectoria termina en el polo norte de la barra. Una línea trazada de este modo, de polo a polo, se denomina **línea de fuerza magnética o línea de inducción** (para distinguirla de la obtenida en un campo eléctrico). Repitiendo este proceso para distintas posiciones iniciales de la aguja imantada, puede dibujarse el campo magnético de un imán. Las líneas representan en cada punto el sentido del campo magnético y no hay límite para el número de líneas que pueden dibujarse, sin embargo en ciertos casos se utiliza el número de líneas por unidad de área (centímetro cuadrado por ejemplo) para representar la intensidad del campo en cada punto.

Como observamos en el gráfico anterior hay una diferencia importante en las líneas de inducción con respecto a las de fuerza de un campo eléctrico: en las de inducción vemos que no parten de un único punto, aunque hay una mayor concentración en los polos; la razón es simple no hay polos magnéticos libres, siempre encontramos dipolos magnéticos.

Idealmente se ha introducido el polo magnético unidad como un manantial puntual del cual parten líneas rectas radiales de fuerza magnética uniformemente repartidas, su valor se ha fijado para que dos polos unidad idénticos separados a la distancia de un centímetro se repelan con la fuerza de una dina. Se reitera es un elemento ideal.

La intensidad de un campo magnético en cualquier punto del espacio se define como la fuerza en dinas que el campo ejercería sobre el polo magnético unidad colocado en dicho punto, el símbolo utilizado para indicar la intensidad de campo magnético es la letra **H**. Para el sistema cgs la unidad de campo es el **Oersted**.

Cuando de desea representar tanto el sentido como la intensidad de un campo magnético, la línea recibe un significado cuantitativo, y el número de ellas, dibujadas o imaginadas, por centímetro cuadrado de superficie perpendicular al campo se hace igual a la intensidad de campo. Ahora bién, como el área de la superficie de una esfera de un centímetro de radio es de 4π cm^2, se deduce que el número total de líneas de inducción que parten de un polo magnético unidad es de 4π.

Puede fabricarse un imán haciendo circular una corriente eléctrica por un conductor aislado enrollado alrededor de un cuerpo de hierro. Si el material es un acero dulce recocido será fácil magnetizarlo pero perderá rápidamente esa propiedad cuando dejemos de hacer circular la corriente, tendríamos así un **electroimán** que podemos gobernar.

En cambio si utilizamos ciertos aceros duros será más difícil su imantación pero la conservarán mucho tiempo obteniendo **imanes permanentes** de múltiples usos.

2-B) Magnetismo y carga eléctrica

En 1820 Oersted descubrió que la circulación de una corriente por un conductor, es decir la circulación de cargas eléctricas, producían efectos magnéticos, la corriente desplazaba la aguja magnetizada tal como lo hacía un imán.

Extenderemos entonces el concepto de campo magnético al campo en la proximidades de un imán o de un conductor por donde circula una corriente eléctrica. El vector de campo magnético fundamental se llama **inducción magnética**, se indica con **B**, y se puede representar por medio de las líneas de inducción. *A este vector lo definiremos por medio de una carga eléctrica de prueba disparada con una velocidad arbitraria* ***v*** *por el punto* ***P****. Si obra sobre ella una fuerza* ***F*** *que la desvíe lateralmente, afirmamos que existe un campo magnético en* ***P***.

Si variamos la dirección de la velocidad **v** por el punto P, sin variar su magnitud, observaremos que aunque se mantiene perpendicular a **v**, la fuerza **F** varía su magnitud. Para una cierta dirección y sentido de **v**, y también el sentido opuesto **-v**, la fuerza **F** se anula. Definiremos a esa dirección como la dirección de **B**.

Encontrada la dirección de **B** podemos orientar la velocidad de la carga de prueba de forma que sea perpendicular a **B**, con esto la fuerza será la máxima. Y ahora estamos en condiciones de definir la magnitud del campo **B** por la relación:

$$|\mathbf{B}| = |\mathbf{F}_{\text{máx}}| \,/\, (\, q_0 \cdot |\mathbf{v}|\,)$$

donde q_0 es la carga eléctrica de la carga de prueba, **F** es la fuerza máxima, perpendicular a la trayectoria, y **|v|** es la magnitud de la velocidad de la carga de prueba.

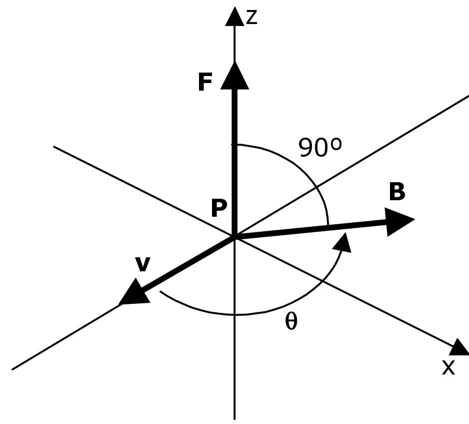
En los dos párrafos anteriores hemos definido la dirección y la magnitud de **B**, ahora la definiremos completamente.

Si una carga eléctrica positiva de prueba q_0 se dispara con la velocidad ***v*** *por un punto P y si obra sobre ella una fuerza lateral* ***F****, hay una inducción magnética* ***B*** *en el punto P, siendo* ***B*** *el vector que satisface la relación:*

$$\mathbf{F} = q_0 \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

donde : **F** y **v** son cantidades vectoriales, q_0 es escalar, todas se miden, y **x** indica el producto vectorial.

Del dibujo deducimos que **F** será siempre perpendicular a la trayectoria de la carga de prueba **v** positiva (la corriente eléctrica) y a la inducción magnética **B**. Esa fuerza se anula cuando **v** y **B** son paralelas o antiparalelas y resulta máxima cuando son perpendiculares. La unidad de inducción magnética que se deduce de las expresiones anteriores es, dimensionalmente, newton/culombio dividido metro/segundo, y se le ha dado



$$1\ \mathbf{weber/m^2} = \frac{\mathbf{1\ newton}}{\mathbf{coulombio\ \ (\ metro/segundo\ )}} = \frac{\mathbf{1\ newton}}{\mathbf{amper} * \mathbf{metro}}$$

Otra unidad más antigua es el gauss que se relaciona con el weber/m^2 por la relación: 1 weber/m^2 = 10^4 gauss

Ahora estamos en condiciones de calcular el efecto de la acción conjunta de los campos eléctrico y magnético sobre una carga eléctrica:

$$\mathbf{F} = q_0\,\mathbf{E} + q_0 \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

fórmula que se la conoce como relación de Lorentz.

Una corriente es un conjunto de cargas en movimiento, consecuente se ejercerá una fuerza lateral sobre un alambre que lleve corriente si se encuentra en un campo magnético. La corriente se define por la cantidad de carga que atraviesa una sección del conductor en la unidad de tiempo, es decir:

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{t}}$$

Donde **i** se expresa en **amperios** si la cantidad de carga **q** está dada en **culombios** y el tiempo en segundos.

Un metal conduce la corriente por medio de los electrones libres, siendo **n** la cantidad de ellos por unidad de volumen del alambre, por ejemplo para el cobre puede decirse que hay 8,5·10^{28} electrones libres por centímetro cúbico, y la carga eléctrica es **e = 1,602·10^{-19} coul**. Por ello se puede escribir que:

$$\mathbf{q} = \mathbf{n} * \mathbf{e} * \mathbf{l} * \mathbf{A}$$

donde **l** es la distancia promedio recorrida en un segundo por los electrones, y **A** es el área de la sección del conductor, con lo que su producto nos da el volumen de conductor.

Luego podemos escribir que:

$$\mathbf{i} = \mathbf{n} * \mathbf{e} * \mathbf{v_d} * \mathbf{A}$$

donde $\mathbf{v_d}$ es la velocidad de arrastre dada por **l** [metros]**/ t** [1 segundo].

La magnitud de la fuerza sobre cada electrón está dada por la relación que ya vimos, asumiendo que la dirección de la corriente es perpendicular al vector **B**, con lo que θ = 90º, tendremos que:

$$\mathbf{F'} = \mathbf{q_0} * \mathbf{v} * \mathbf{B} * \mathbf{sen}\ \theta = \mathbf{e} * \mathbf{v_d} * \mathbf{B}$$

La longitud **l** del alambre tiene una cantidad de electrones igual a n·A·l, siendo A·l el volumen del alambre. Por lo tanto la fuerza total sobre el alambre será:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{n} * \mathbf{A} * \mathbf{l}) * \mathbf{F'} = (\mathbf{n} * \mathbf{A} * \mathbf{l}) * \mathbf{e} * \mathbf{v_d} * \mathbf{B}$$

donde podemos introducir la corriente, dada por $\mathbf{i = n \cdot e \cdot v_d \cdot A}$, nos queda que la fuerza lateral sobre el alambre es:

$$|\mathbf{F}| = \mathbf{i \cdot l} \cdot |\mathbf{B}| \qquad \text{o, para cualquier ángulo } \theta, \quad \mathbf{F} = i \cdot \mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

A esta expresión se puede llegar tomando en cuenta que la densidad de corriente en la sección del conductor está dada por $\mathbf{J = i / A = n \cdot e \cdot v_d}$, con lo que la velocidad de arrastre resulta igual a $\mathbf{v_d = j / (n \cdot e)}$. Con ello la fuerza sobre cada electrón es:

$$\mathbf{F'} = \mathbf{e} * \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{n} * \mathbf{e}} * \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j} * \mathbf{B}}{\mathbf{n}}$$

y la fuerza total:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{n} * \mathbf{A} * \mathbf{l}) * \mathbf{F'} = (\mathbf{n} * \mathbf{A} * \mathbf{l}) * \frac{\mathbf{j} * \mathbf{B}}{\mathbf{n}}$$

Introduciendo la intensidad de corriente, $\mathbf{i = j \cdot A}$, queda:

$$|\mathbf{F}| = \mathbf{i \cdot l} \cdot |\mathbf{B}| \qquad \text{o, para cualquier ángulo } \theta, \quad \mathbf{F} = i \cdot \mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

donde la x indica el producto vectorial. Con ello la fuerza **F** es un vector cuya magnitud es $|\mathbf{F}| = \mathbf{i \cdot l} \cdot |\mathbf{B}|\ \mathbf{sen}\ \theta$, la dirección es perpendicular al plano definido por el vector longitud **l** y el vector inducción magnética **B**, y el sentido es el de avance de un tornillo rosca derecha que gire en el sentido de **l** hacia **B**, siguiendo el menor ángulo.

Esta fuerza es la que constituye el principio de funcionamiento del motor eléctrico, de los instrumentos de medición a aguja y de los rotativos como los medidores de energía. Pero también tiene lugar el efecto contrario: si movemos un conductor en un campo magnético (o variamos éste) haremos circular una corriente, como veremos en el punto siguiente.

Es importante establecer otro concepto a partir de la inducción magnética **B**, es el concepto de **flujo magnético** a través de una superficie perpendicular a la dirección de **B**, este flujo indicado por la letra griega phi, Φ, está dado por el producto de la inducción por el área considerada:

$$\mathbf{\Phi = B \cdot A}$$

La unidad de este parámetro es el **weber**.

2-C) Ley de Faraday

Podemos realizar el experimento de conectar un amperímetro sensible a los bornes de una bobina sin colocar ninguna fuente de energía. En esas circunstancias no podemos esperar que circule una corriente por el circuito. Sin embargo si acercamos un imán a la bobina (con lo que el campo magnético en la bobina cambiará) notaremos que el instrumento acusa el paso de una corriente mientras estemos moviendo el imán, el sentido del movimiento alejándose o acercándose hará circular la corriente en sentidos opuestos. *Lo que importa es el movimiento relativo entre la bobina y el imán, no importa cual se mueva o si ambos lo hacen.* La corriente circulante es una **corriente inducida** por una **fuerza electromotriz inducida**.

Otro experimento es colocar el dispositivo anterior con el instrumento y cerca de la bobina colocar otro circuito con una bobina similar pero alimentada por una batería con un interruptor. Si los dos conjuntos están en reposo entre sí notaremos en el primer circuito la circulación breve de corriente sólo en el momento en que en el segundo circuito cerramos o abrimos el interruptor y no cuando lo mantenemos abierto o cerrado.

Faraday se dio cuenta que habrá fuerza electromotriz inducida siempre que cambie la corriente de la segunda bobina, y esta fuerza electromotriz depende de la velocidad de cambio y no de la magnitud de la corriente. Faraday estableció su ley diciendo que:

La fuerza electromotriz inducida ε en un circuito es igual al valor negativo de la rapidez con la cual está cambiando el flujo que atraviesa el circuito:

$$\varepsilon = - \Delta \Phi / \Delta t$$

Para el caso de N espiras será:

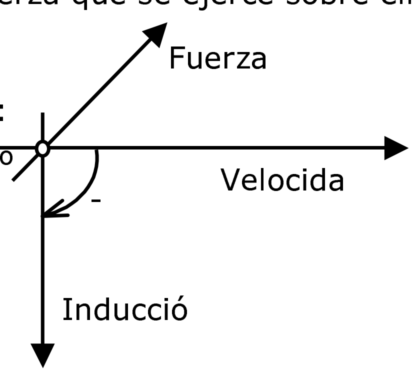
$$\varepsilon = -N (\Delta \Phi / \Delta t) = - d(N \Phi) / d t$$

donde d indica la función diferencial.

2-D) Ejemplos de cálculos

1.- Una carga eléctrica de +0,2 coul se mueve horizontalmente hacia la derecha con una velocidad uniforme de 250 cm/s, en un campo magnético uniforme vertical hacia abajo de una inducción magnética de 2 teslas. ¿cuál es la magnitud, dirección y sentido de la fuerza que se ejerce sobre ella?

<u>Solución:</u>



La ecuación que resuelve el problema es:

$\mathbf{F_M} = q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ la magnitud de la fuerza es:

$|F_M| = q \cdot |v| \cdot |B| \text{ sen } \theta$; θ es igual a -90º

$\mathbf{|F_M| = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 2{,}5 \cdot 2 \cdot (-1) = - 1\ N}$

La dirección de la fuerza es perpendicular al plano del papel. Su sentido está dado por la regla del tornillo girando del sentido de la velocidad al de la inducción: El sentido es hacia adentro perpendicular al plano definido por la velocidad y la inducción, tal como lo indica el signo de la fuerza resultante.

2.- Si en el ejemplo anterior existe, además, un campo eléctrico uniforme vertical hacia arriba de 3 N/coul. ¿cuál es la fuerza resultante sobre la carga?.

<u>Solución:</u>

Al resultado anterior debemos sumarle vectorialmente la fuerza que ejerce el campo eléctrico cuya dirección y sentido es la misma del campo por ser la carga positiva. Esto podemos indicarlo como que es vertical hacia arriba (contrario al de la inducción en el gráfico).

La magnitud de la fuerza es: $\mathbf{|F_E| =} q \cdot |E| = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 3 \mathbf{= 0,6\ N}$

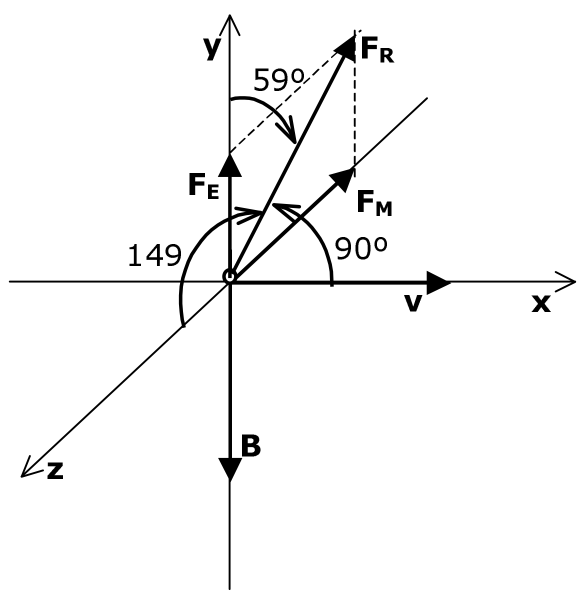
Para obtener la suma debemos considerar que las dos fuerzas están en cuadratura (a 90º) y podemos expresarlas como vectores de una sola componente. $F_M = -1\ \mathbf{k}$ [N] y

$F_E = 6 \cdot 10^{-1}\ \mathbf{j}$ [N] la suma de ambas da como resultado:

$\mathbf{F_R} =$ **(0 i +0,6 j - 1 k) [N]**; en forma polar sería: $|F_R| = 1,1662$ N y los ángulos son:

α = 90º; β = 59º02'11,5" y γ = 149º02'07,6"

$\mathbf{F_R}$ **= 1,1662 $\angle$ 90º; 59º02'11,5"; 149º02'07,6" Newtons**



3.- Una carga eléctrica de 0,03 coul es lanzada con una velocidad rectilínea y uniforme dada por (4 **i** + 3 **j** - 2 **k**) m/s en un campo magnético uniforme cuya inducción magnética está dada por (2 **i** - 4 **j** + 2 **k**) w/m ^{2}. Además está en un campo eléctrico de intensidad dada por (-5 **i** - 2 **j** + 3 **k**) N/coul. Determinar la fuerza ejercida sobre la carga.

<u>Solución:</u>

La relación de Lorentz nos indica que:

$\mathbf{F_R} = q \cdot \mathbf{E} + q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B} = q \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) =$

$= 3 \cdot 10^{-2}$ [(-5 **i** - 2 **j** + 3 **k**) + (4 **i** + 3 **j** - 2 **k**) x (2 **i** - 4 **j** + 2 **k**)] = $3 \cdot 10^{-2}$ [(-5 **i** - 2 **j** + 3 **k**) +

$+ (- 2\ \mathbf{i} - 12\ \mathbf{j} - 22\ \mathbf{k})\ ] = 3 \cdot 10^{-2} (-7\ \mathbf{i} - 14\ \mathbf{j} - 19\ \mathbf{k})$ **= (-0,21 i - 0,42 j - 0,57 k) newtons.**

3 - CORRIENTE ELÉCTRICA

3-A) Intensidad

En los problemas electrostáticos tratamos las fuerzas ejercidas entre cargas, el estado final estacionario de la distribución de cargas producido por estas fuerzas, y el movimiento de partículas cargadas en el vacío. Vamos a tratar ahora el movimiento de cargas dentro de un conductor cuando se mantiene un campo eléctrico dentro del mismo. Este movimiento constituye una *corriente*.

Un conductor fue definido como un cuerpo en cuyo interior hay cargas libres que se mueven por la fuerza ejercida sobre ellas por un campo eléctrico. Las cargas libres en un metal son los electrones negativos, en un electrolito son iones, positivos o negativos, y en un gas, en condiciones adecuadas, iones, positivos y negativos, y electrones.

Cuando colocamos un conductor aislado en un campo eléctrico las cargas se reagrupan de forma de que el interior del conductor sea una región libre de campo. Este movimiento de cargas constituye también una corriente de corta duración llamada transitoria. Si deseamos que una corriente continúe fluyendo debemos mantener el campo, o gradiente de potencial dentro de él. Si el campo tiene siempre el mismo sentido, aunque varíe su intensidad, obtenemos una corriente continúa; si cambia de sentido durante el intervalo considerado decimos que la corriente es alternada. Esta clasificación es independiente de la ley de variación que tenga.

Vamos a considerar en primera instancia campos continuos constantes, es decir aquellos que mantienen constantes su intensidad.

Si aplicamos una diferencia de potencial de 10 voltios y el alambre es uniforme de 5 metros de largo la intensidad de campo será de 2 voltios/metro en cualquier punto. Este campo actuará sobre los electrones libres y les dará un movimiento neto en la dirección **−E**. Decimos entonces que se ha establecido una corriente eléctrica **i** si pasa una carga neta **q** por una sección transversal cualquiera del conductor en el tiempo **t**; la corriente, supuesta constante, es:

$$\mathbf{i = q / t}$$

Las unidades mks (internacionales) son: **amperios** para la corriente, **culombios** para la carga y **segundos** para el tiempo; con lo que se desprende que las dimensiones del amper, o amperio, son culombio por segundo.

Hay que notar que no hay exceso de cargas en un conductor que transporta corriente por ser iguales las cargas positivas y negativas por unidad de volumen.

La densidad de corriente en el conductor, indicada con **J**, se define como la relación entre la intensidad de la corriente a la sección transversal:

$$\mathbf{J = i / A}$$

La cantidad de carga (**q**) que se atraviesa la sección (**A**) del conductor en un tiempo dado (**t**) puede calcularse como el producto de la cantidad de portadores libres por unidad de volumen (**n**); la carga de cada uno de ellos (**e**) y por su velocidad media ($\mathbf{v_d}$) (velocidad de arrastre), es decir (si suponemos condiciones uniformes):

$$\mathbf{q = n\ e\ v_d\ A\ t}$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{i = n\ e\ v_d\ A}$$

Y:

$$\mathbf{J = n\ e\ v_d}$$

Podemos calcular la velocidad media de los electrones en un conductor de cobre de un centímetro de diámetro atravesado por una corriente de 200 amperes. Para ello debemos tener en cuenta que en el cobre hay alrededor de $8{,}5 \cdot 10^{28}$ electrones libres por cm^3.

$$J = i / A = 200 / [(\pi/4)\ (0{,}01)^2] = 2{,}54 \cdot 10^6\ A/m^2$$

$$v_d = J / n\ e = 2{,}54 \cdot 10^6 / (8{,}5 \cdot 10^{28} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}) = 1{,}9 \cdot 10^{-4}\ m/seg.$$

Es decir una velocidad muy pequeña que no debe confundirse con la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas que es similar a la de la luz.

Podríamos asignarle a la corriente el sentido que tiene el desplazamiento de los portadores de carga eléctrica, pero, con la excepción de los conductores metálicos puros en los cuales los únicos portadores son los electrones libres, siempre existen portadores positivos y negativos. De hecho el resultado de portadores de carga negativa que se mueven de izquierda a derecha, por ejemplo, es el mismo que el producido por portadores de igual carga, pero negativa, que se mueven en el sentido contrario.

Como los primeros estudios fueron realizados utilizando electrolitos *se asignó como sentido de la corriente al que tendrían los portadores positivos para desplazar la misma carga*.

3-B) Circuito completo. Ley de Ohm.

Cuando se conectan los extremos de un hilo conductor a dos puntos mantenidos a potenciales fijos pero distintos, por ejemplo los bornes de una pila o generador, se establecerá una corriente en el hilo, pero el potencial de cada punto del mismo permanece constante en el tiempo. Si consideramos un elemento del hilo limitado por dos planos transversales, y suponemos que los electrones se mueven de izquierda a derecha, estará entrando carga negativa al elemento por su cara izquierda y saliendo por su cara derecha. Si la cantidad de carga que entra al elemento no fuera igual a la que sale habría variación de carga en, como consecuencia, variaría el potencial. De lo antedicho se deduce que la intensidad de corriente debe ser la misma en ambas caras del elemento y, por extensión, en todo el hilo conductor.

Si la sección del hilo no fuera constante cambiaría la densidad de corriente **J** pero no su intensidad.

El hilo y la pila a la que están conectados sus extremos forman un *circuito cerrado* o completo. Sólo puede haber corriente si el circuito permanece cerrado, caso contrario tendremos un *circuito abierto* sin corriente.

Para mantener una corriente en un conductor, además de estar el circuito cerrado, debe mantenerse un campo eléctrico o gradiente de potencial dentro de él. Los materiales difieren entre sí en el valor de la densidad de corriente establecida por un campo eléctrico dado. La razón de la densidad de corriente eléctrica a la intensidad de campo eléctrico se denomina *conductibilidad eléctrica* y se representa por σ (sigma):

$$\sigma = J / E \quad \text{o bien,} \quad J = \sigma E$$

Si reemplazamos **E** por $-\Delta V / \Delta x$ y **J** por i / A se tiene que: $i / A = \sigma (-\Delta V / \Delta x)$ o sea que:

$$i = - \sigma A (\Delta V / \Delta x)$$

Esta expresión es de la misma forma que la ecuación de la conductibilidad calorífica estacionaria:

$$H = - K A (\Delta t / \Delta x)$$

Esta analogía es debida al hecho que los electrones libres desempeñan un papel importante en la conducción del calor.

Aunque $J = \sigma E$ es la relación fundamental de la conducción eléctrica, es más cómodo trabajar con intensidades de corriente y diferencias de potencial (son más fácilmente medibles) que con densidades de corriente e intensidades de campo.

Partiremos de la expresión $i = - \sigma A (\Delta V / \Delta x)$; consideraremos un conductor de longitud **L** y sección constante **A**, por el cual circula una intensidad de corriente **i** y que sean V_a y V_b los potenciales en sus extremos. Vamos a restringir el estudio al caso en que la conductividad del material es independiente de la densidad de corriente y que la temperatura y demás condiciones que influyen sobre σ se mantienen constantes. En tales condiciones se mantienen constantes **i**, σ y **A** y podemos extender (integrar) la expresión a toda la longitud del conductor quedando:

$$i \Delta x = - \sigma A \Delta V \rightarrow i L = \sigma A (V_a - V_b) \rightarrow i = (\sigma A / L) (V_a - V_b)$$

Esta es la relación deseada entre la intensidad de la corriente en el conductor y la diferencia de potencial en sus extremos. El factor $G = \sigma A / L$ se denomina *conductancia* del hilo conductor. A mayor conductancia mayor intensidad de corriente para una diferencia de potencial dada. La inversa de la conductancia es denominada *resistencia* $R = L / \sigma A$, correspondientemente la inversa de la conductividad se denomina *resistividad:* $\rho = 1 / \sigma$ con lo que la resistencia se expresa como $R = \rho L / A$.

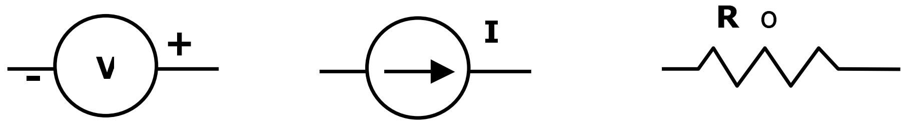
Podemos ahora calcular la intensidad de la corriente como:

$$i = (V_a - V_b) / R \rightarrow i = V_{ab} / R \rightarrow V_{ab} = i R$$

Sólo si σ es independiente de **J**, la resistencia es independiente de **i**, y la diferencia de potencial entre los bornes es función lineal de la corriente. Esta proporcionalidad de denomina **Ley de Ohm** o relación volt-ampere.

La unidad mks de la resistencia, derivada de la última expresión, es el voltio por amperio y se denomina **ohmio** (u ohm) y se indica con Ω La recíproca, la **conductancia** que se indica con la letra **G**, se expresa en **mho** o **siemens**: ℧ o **S**.

Un circuito eléctrico estará entonces constituido por una o más fuentes de energía, que aparecerán como generadores de tensión o de corriente, y de resistencias conectados entre sí por conductores que supondremos no tienen resistencia. Los símbolos pueden ser varios, una de las formas puede ser:



Generador de tensión | Generador de corriente | Resistencia o Conductanci

3-C) Ley de Joule

Aunque hemos considerado la corriente como si todos los portadores se movieran a velocidad constante la realidad es que los electrones se desplazan con movimientos acelerados que terminan en choques contra una de las partículas fijas del conductor. Los electrones ganan energía cinética durante su desplazamiento y la ceden en el choque subsiguiente. La energía adquirida por las partículas fijas (fijas por su posición media solamente) aumenta la amplitud de su vibración, o sea, se convierte en calor.

Supongamos una parte de un circuito en el cual hay una corriente convencional i que circula de izquierda a derecha, V_a y V_b son los potenciales en los bornes a y b. La naturaleza del circuito comprendido puede ser cualquiera. En un intervalo de tiempo Δ t entra por el borne a, y sale por el b, una cantidad de carga $\Delta q = i \Delta t$. La energía cedida por la carga es $\Delta W = q (V_a - V_b) = i \Delta t V_{ab}$, y la potencia suministrada es:

$$\mathbf{P = \Delta W / \Delta t = i V_{ab}}$$

La potencia es igual al producto de la intensidad de la corriente por la diferencia de potencial. Si la corriente se expresa en amperios (culombios/segundo) y la diferencia de potencial en voltios (julios/culombios) la potencia resulta medida en julios/segundo o vatios.

En el caso de una resistencia pura R, toda la energía se convierte en calor, y resulta que:

$$\mathbf{V_{ab} = i R \quad \rightarrow \quad P = i V_{ab} = i^2 R}$$

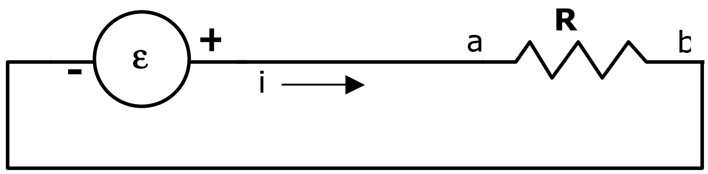
Podemos poner, siendo Δ H la cantidad de calor producida en el tiempo Δ t que:

$$\mathbf{\Delta H / \Delta t = i^2 R}$$

Si el conductor es lineal, R es independiente de i, la cantidad de calor producida por segundo es directamente proporcional al cuadrado de la intensidad de corriente. Esto es el enunciado de la Ley de Joule. Una substancia que obedece a la ley de Ohm obedece necesariamente a la ley de Joule, y estas dos leyes no son independientes. La cantidad de calor desarrollada puede expresarse en calorías por la relación 1 caloría = 4,186 julios.

3-D) Circuitos eléctricos

Consideremos un circuito con una resistencia conectada, mediante conductores de resistencia despreciable, a un generador cuya fuerza electromotriz es ε, y sea i la corriente circulante. Cuando se conecta cierto número de elementos en un circuito formando una sola trayectoria conductora se dice que están en serie.

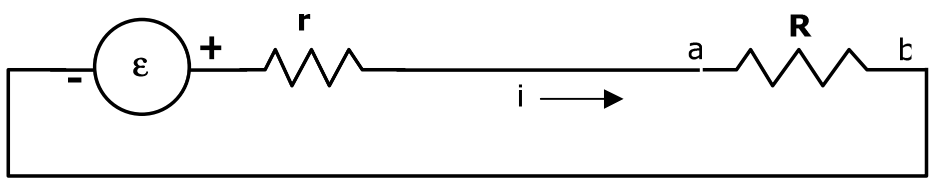


Si el sentido de la corriente en la resistencia es de a hacia b el potencial V_a es mayor que el potencial V_b e indicamos esta circunstancia colocando un signo + en el terminal a y un signo - en el terminal b. (Aunque en rigor la fuerza electromotriz y la diferencia de potencial no son vectoriales es útil asignarle un sentido o polaridad). Dentro del generador la corriente circulará de – a +.

En la resistencia exterior se produce calor a razón de: $\Delta H / \Delta t = i^2 R$ unidades por segundo. Todo generador real tiene resistencia, llamada interna, que indicamos por r. En ella también hay producción de calor cuantificable como: $i^2 r$. La suma de estas dos energías cedidas por la carga circulante debe ser provista por el generador, por lo tanto:

$$\boldsymbol{\varepsilon i = i^2 R + i^2 r \quad \Rightarrow \quad i = \varepsilon / (R + r)}$$

El principio de conservación de la energía nos permite escribir la ecuación del circuito. En los modelos circuitales se descomponen los generadores como un generador ideal, sin resistencia interna, en serie, cuando no se la desprecia, con una resistencia que modela la interna.



Podemos extender la ecuación del circuito para un caso más complejo con distintos generadores y resistencias conectadas en serie ya que la última expresión puede ponerse:

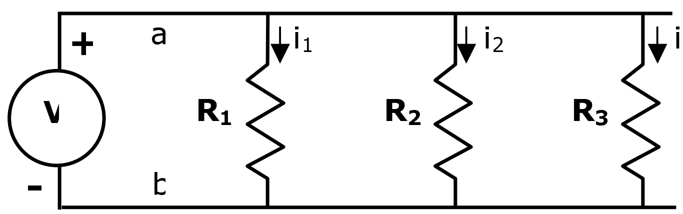
$$\boldsymbol{\varepsilon = i (R + r) \quad \Rightarrow \quad \varepsilon - i (R + r) = 0 \quad \Rightarrow \quad \Sigma \varepsilon - \Sigma i R = 0}$$

La suma de las fuerzas electromotrices es igual a la suma de las caidas de potencial en todo circuito en serie cerrado. La evaluación algebráica puede simplificarse considerando que, como en realidad ocurre, no hay diferencia funcional entre una diferencia de potencial debida a una fuente y otra producida por la circulación de una corriente por una resistencia. La forma habitual es considerar un sentido de circulación por el circuito, que puede coincidir con el sentido de la corriente establecida para el mismo, y, partiendo de un punto cualquiera, sumar las tensiones sobre los elementos, asignándole signo positivo cuando encontramos primero la polaridad positiva o negativo si ocurre lo contrario, hasta llegar al punto inicial. Esa suma debe ser igual a cero si el sistema es conservacional.

Podemos generalizar esto diciendo que, si el sistema es conservacional, *la suma algebráica de las tensiones a lo largo de un circuito cerrado debe ser* *igual a cero*, lo que constituye la *Segunda Ley de Kirchhoff*, o ley de las tensiones, o ley de las mallas.

Las estructuras de los circuitos que vimos estaban formadas por elementos conectados en serie, es decir uno a continuación de otro, de forma tal que eran recorridos por la misma corriente si el circuito era cerrado. Esta forma de conexión no es la única ya que pueden colocarse los elementos entre dos puntos de forma tal que estén sometidos a la misma diferencia de potencial, esta conexión se denomina en paralelo por su esquema gráfico.

Esta conexión es la generalizada para todas las instalaciones. Los dispositivos están diseñados para funcionar con una tensión determinada, la de la red, y esta condición no se da si los conectamos en serie.



La conexión en paralelo implica entonces, ya que las diferencias de potencial deben ser las mismas para todos los elementos, las corrientes serán, en general, distintas para ajustarse a esto. Recordemos que conforme a la ley de Ohm la resistencia del circuito no es dependiente de la tensión aplicada ni de la corriente que la atraviesa, pero sí establece la relación entre ellas.

Si suponemos dos resistencias R_1 y R_2 conectadas ambas entre los bornes a y b del circuito y atravesadas por las corrientes i_1 e i_2, tendremos que:

$$\mathbf{V_{ab} = i_1 \cdot R_1 = i_2 \cdot R_2}$$

Por consiguiente:

$$\mathbf{i_1 / i_2 = R_2 / R_2}$$

La relación entre las corrientes sobre resistencias en paralelo es inversamente proporcional a la relación entre las resistencias.

En el párrafo 3-B) dijimos que la cantidad de carga que entra por un elemento del circuito debe ser igual a la que sale porque, si no fuera así, habría variación en el potencial. Lo que cambiaría es la densidad de corriente si se modificara la sección del conductor. Esto lo podemos aplicar al borne a del circuito recién visto (o al b) y asumir que la apertura en dos caminos equivale a que se modifica la sección del conductor; esto nos permitirá asegurar que la cantidad de carga eléctrica que entra al borne debe ser igual a la que sale del mismo y que, consecuentemente, la corriente total, que debe ser provista por el generador y que entra al borne, será igual a la suma de las corrientes que atraviesan los elementos saliendo del mismo.

Podemos generalizar esto diciendo que, si el sistema es conservacional, *la suma algebráica de las corrientes que ingresan a un punto del circuito debe ser igual a cero*, lo que constituye la *Primera Ley de Kirchhoff*, o ley de las corrientes, o ley de los nodos.

Con las leyes de Ohm, de Kirchhoff y de Joule, aplicadas adecuadamente, podremos resolver cualquier problema circuital eléctrico.

3-E) La corriente alterna

Hemos supuesto hasta ahora que la energía puesta en juego en los circuitos era producida por una tensión o una corriente continua, esto es que permanecía constante a lo largo del tiempo. Es la energía disponible a partir de una pila o de una batería. Como consecuencia de ello las tensiones y las corrientes en todo el circuito son del mismo tipo y los únicos elementos que las modifican son las resistencias.

La generación industrial y de alta potencia no es producto de reacciones físicoquímicas sino de procesos electromecánicos. Básicamente por la rotación de espiras de conductores en campos magnéticos se obtienen tensiones cuya ley de variación es la senoidal, tal como el movimiento de un péndulo. Esta forma de variación es conocida como alterna, o alternada, por el hecho de oscilar entre dos valores de igual magnitud pero de polaridades opuestas.

Sin entrar en detalles y justificaciones, que pueden obtenerse de los textos de Física o de Electromagnetismo, diremos que esta variación de la energía produce efectos distintos en otros dos tipos de elementos de los circuitos, además de la ya vista resistencia, en la bobina o inductancia (conductor arrollado sobre un núcleo) y en el condensador o capacitor (dos placas enfrentadas separadas por un aislante).

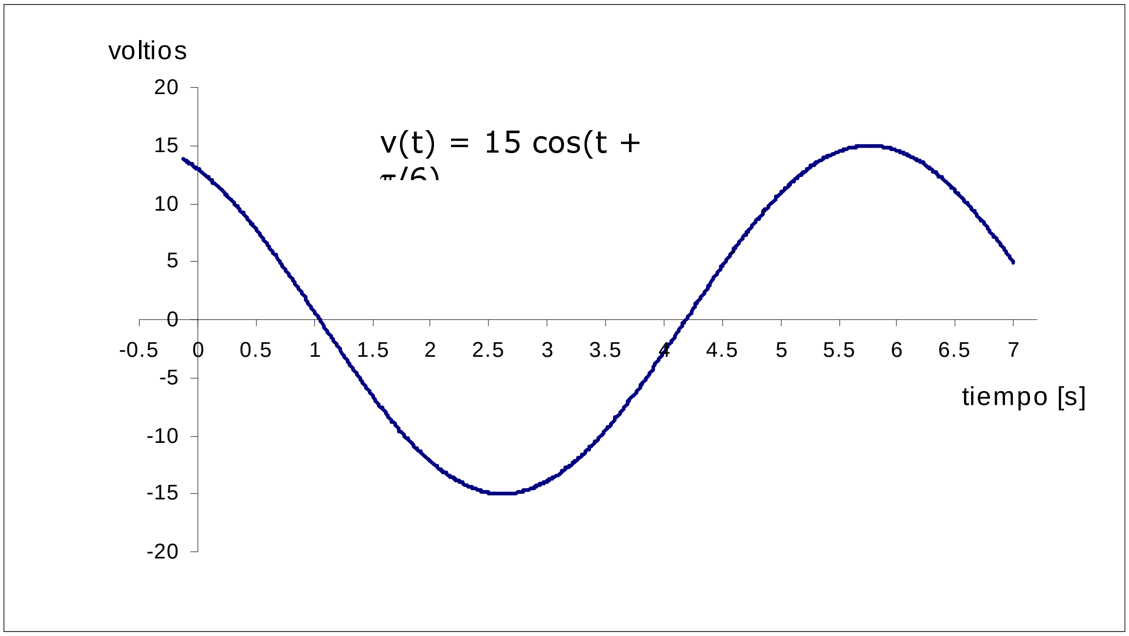
Formalmente, las expresiones de una tensión y de una corriente en función del tiempo están dadas por:

$$\mathbf{v(t) = V_{max}\ coseno\ (2\pi \cdot f \cdot t + \phi)} \quad \mathbf{y} \quad \mathbf{i(t) = I_{max}\ coseno\ (2\pi \cdot f \cdot t + \theta)}$$

En estas expresiones f representa la **frecuencia** dada en ciclos por segundo, o Hertz; la t es la variable tiempo en segundos; $\mathbf{V_{max}}$ e $\mathbf{I_{max}}$ son las **amplitudes**, valores máximos, de la tensión dada en voltios y de la corriente, o intensidad, dada en amperios; las letras griegas ϕ (fi o phi) y θ (tita o theta) indican un desplazamiento del argumento de la función denominado **ángulo de fase**, que en general es distinto en la tensión que en la corriente.

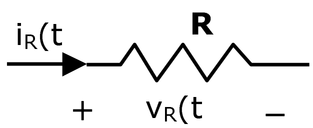
Igualmente podríamos haber utilizado la función seno en lugar del coseno ya que la única diferencia entre ambas funciones trigonométricas es una fase de $\pi/2$ (de 90º).

El producto $\mathbf{2\pi \cdot f}$ representa la **frecuencia angular** o **pulsación** que se indica normalmente con la letra griega omega minúscula ω y está expresada en radianes por segundo o en grados por segundo dependiendo de como se exprese el ángulo de fase. Además la diferencia de los ángulos de fase entre dos tensiones, o dos corrientes, o entre una tensión y una corriente, siempre que sean de la misma frecuencia se denomina **diferencia de fase** o **desfasaje**, y se expresa en las mismas unidades de ángulo. El gráfico muestra una tensión alterna como función del tiempo, con una amplitud de 15 voltios, una frecuencia igual a $1/2\pi$, equivalente a una pulsación unitaria, y un ángulo de fase de $\pi/6$ expresado en radianes (equivalente a 30º sexagesimales).



Habíamos indicado en el punto L que la tensión en una resistencia debido al paso de una corriente por ella estaba dado por el producto del valor de la resistencia por la corriente, la llamada Ley de Ohm, que podemos reescribir ahora como:

$v_R(t) = R \cdot i_R(t)$ o también que $i_R(t) = v_R(t) / R$

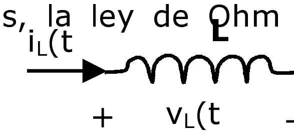


reemplazando para la tensión:

$$v_R(t) = R \cdot I_{Rmax} \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \theta) = V_{Rmax} \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \theta)$$

y observaremos que la única diferencia entre la función excitación y la función respuesta está en la amplitud: $V_{max} = R \cdot I_{max}$, ya que la ley de variación no cambia y el ángulo de fase tampoco. Lo mismo ocurrirá si calculamos la corriente. Esto lo podemos expresar diciendo que: *el desfasaje entre la tensión y la corriente en una resistencia es igual a cero*.

Para los casos de la inductancia y del capacitor las cosas no son tan simples, la Ley de Ohm para ellos es diferente. Si indicamos el valor de la inductancia con la letra L y la expresamos en henrios, la ley de Ohm se expresa como:



$$v_L(t) = L\,\frac{di_L(t)}{dt} = L \times \frac{d\,[I_{Lmax} \cos(\omega t + \theta)]}{dt}$$

Y la leemos como: *la tensión en la inductancia está dada por el producto de la inductancia por la* ***derivada*** *de la corriente respecto del tiempo*. La derivada es una operación matemática que obtiene la pendiente de la función para cada instante. El resultado de esa operación es que:

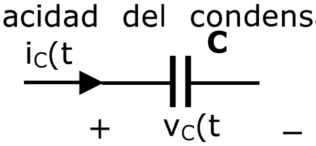
$$v_L(t) = L\,\frac{di_L(t)}{dt} = L \times \omega \times I_{Lmax}\,\cos\left(\omega t + \theta + \pi/2\right)$$

que podemos leer como que *la amplitud de la tensión en la inductancia está dada por el producto del valor de la inductancia por la pulsación y por la amplitud de la corriente* y que, además, *hay un desplazamiento de la fase en* $+\pi/2$. Se dice que *en la inductancia la tensión* ***adelanta*** *a la corriente en* $\pi/2$ *radianes*.

El producto de la inductancia por la pulsación se denomina **reactancia inductiva** se indica con X_L y se expresa en ohmios como la resistencia, ya que las dimensiones son las mismas.

$$v_L(t) = X_L \times I_{Lmax}\cos\left(\omega t + \theta + \pi/2\right) = V_{Lmax}\cos\left(\omega t + \theta + \pi/2\right)$$

Para el capacitor, o condensador, la relación de la tensión con la corriente está dada, si C es el valor de la capacidad del condensador expresado en **faradios,** por:



$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(t)\,dt = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} I_{Cmax}\cos\left(\omega t + \theta\right)dt$$

que leemos: *la tensión en un capacitor está dada por el producto de la recíproca de la capacidad por la integral de la corriente respecto del tiempo*. La integral es la operación recíproca a la derivada. El resultado de esa operación es que:

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(t)\,dt = \frac{1}{C} \times \frac{1}{\omega} \times I_{Cmax}\,\cos\left(\omega t + \theta - \pi/2\right)$$

que podemos leer como que *la amplitud de la tensión en el condensador está dada por el producto de la recíproca del producto del valor de la capacidad por la pulsación, por la amplitud de la corriente* y que, además, *hay un desplazamiento de la fase en* $-\pi/2$. Se dice que *en la capacidad la tensión* ***atrasa*** *a la corriente en* $\pi/2$ *radianes*.

La recíproca del producto de la capacidad por la pulsación se denomina **reactancia capacitiva** se indica con X_C y se expresa en ohmios como la resistencia, ya que las dimensiones son las mismas.

$$v_C(t) = X_C \times I_{Cmax}\cos\left(\omega t + \theta - \pi/2\right) = V_{Cmax}\cos\left(\omega t + \theta - \pi/2\right)$$

En el trabajo normal se utiliza el llamado **cálculo simbólico** que reexpresa las ecuaciones mostradas, que están en el **dominio del tiempo** (en función del tiempo), por expresiones que están en el **dominio de la frecuencia** (siempre que se trate de funciones de la misma frecuencia). Tales reexpresiones no constituyen igualdades, pero nos permiten obtener las cantidades significativas para una función senoidal que son la amplitud y el ángulo de fase. En ese cálculo simbólico se sobreentiende que todas las tensiones y corrientes se tienen como funciones seno o coseno además de ser de la misma frecuencia.

La correspondencia se establece utilizando los números complejos y teniendo en cuenta que multiplicar un número por el operador imaginario j (en lugar de i para no confundirse con la intensidad) equivale a rotarlo un ángulo de $+\pi/2$ y que multiplicarlo por -j (equivalente a dividirlo por j) lo rota en $-\pi/2$.

Así podemos establecer la Ley de Ohm para los elementos en el cálculo simbólico como:

Resistencia: $\mathbf{V_R = R \cdot I_R}$

$\mathbf{I_R = V_R / R = G \cdot V_R}$

Inductancia: $\mathbf{V_L = j\, \omega\, L \cdot I_L \quad = j\, X_L \cdot I_L}$

$\mathbf{I_L = (1/\, j\, \omega\, L) \cdot V_L = -\, j\, (1/\, \omega\, L) \cdot V_L \;= -\, j\, B_L \cdot V_L}$

Capacidad: $\mathbf{V_C = (1/\, j\, \omega\, C) \cdot I_C = -\, j\, (1/\, \omega\, C) \cdot I_C = -\, j\, X_C \cdot V_C}$

$\mathbf{I_C = j\, \omega\, C \cdot V_C = \; j\, B_C \cdot V_C}$

Aquí están indicadas las recíprocas de la resistencia, la conductancia G; y de las reactancias, las **susceptancias**: B_L y B_C, inductiva y capacitiva respectivamente, que, además de ser recíprocas en sus valores están acompañadas por un cambio de signo en el operador imaginario j. Esto lo podemos explicar conceptualmente diciendo que, si en una inductancia la tensión adelanta respecto de la corriente, la corriente atrasa respecto de la tensión. Y en la capacidad, donde la tensión atrasa respecto de la corriente, la corriente adelanta respecto de la tensión.

Así como la conductancia se indica en siemens o en mhos, lo mismo ocurre con las susceptancias.

3-F) Los conceptos de impedancia y de admitancia

Como es de esperar un circuito compuesto por elementos de distinto tipo, por ejemplo resistencias, inductancias y capacitores el comportamiento va estar influenciado por todos; las amplitudes dependerán de los elementos y el ángulo de fase entre la tensión y la corriente ya no será ni de cero, como en la resistencia ni de $\pm\pi/2$ como en las reactancias.

Para elementos conectados en serie resulta que la respuesta conjunta está dada por la **impedancia**, Z, expresada en ohmios y que se obtiene de:

$$\mathbf{Z = R + j\,(\,X_L - X_C) \;=\; R + j\,(\,\omega \bullet L - 1/\omega \bullet C\,)}$$

donde R representa la suma de todas las resistencias de la serie, X_L la suma de todas las reactancias inductivas y X_C la suma de todas las reactancias capacitivas.

Para elementos conectados en paralelo resulta que la respuesta conjunta está dada por la **admitancia**, Y, expresada en siemens o mhos y que se obtiene de:

$$\mathbf{Y = G + j\,(\,B_C - B_L) \;=\; G + j\,(\,\omega \bullet C - 1/\omega \bullet L\,)}$$

donde G representa la suma de todas las conductancias puestas en paralelo, B_L la suma de todas las susceptancias inductivas y B_C la suma de todas las susceptancias capacitivas.

Las expresiones de la Ley de Ohm, las relaciones volt-amper, vistas para la resistencia pueden ponerse en forma generalizada, para el caso de corriente alternada, como:

$$\mathbf{V = Z \cdot I \qquad e \qquad I = V / Z = Y \cdot V}$$

donde V, I, Z e Y son cantidades complejas, que podrán tener parte real o imaginaria eventualmente nula, pero que deberemos operar utilizando los elementos del álgebra compleja (ver el punto 3-H).

Insistimos, esto es válido si estamos trabajando con señales (tensiones y corrientes) de *una misma frecuencia* y hemos partido de expresiones puestas *todas como funciones de senos o todas de cosenos*.

Como podemos deducir de las expresiones, el comportamiento de un circuito puede ser desde inductivo puro a capacitivo puro pasando por resistivo puro, dependiendo de los valores de los componentes y de la frecuencia. En general tendrá un comportamiento inductivo, un adelanto de la tensión respecto de la corriente pero de menos de $\pi/2$, o un atraso de la tensión respecto de la corriente, comportamiento capacitivo, también menor de $\pi/2$. Esto siempre que haya componentes resistivos, caso contrario el desfasaje será de $\pi/2$, excepto en el caso en la suma de las reactancias o de las susceptancias sea igual a cero en que el comportamiento será resistivo puro aunque esté conformado por inductancias y capacitores. Estamos ante el caso de **resonancia del circuito** que requiere un tratamiento especial que no vamos a considerar ahora.

3-G) La potencia en corriente alternada

El concepto de potencia que vimos en el tema M sobre la Ley de Joule tiene también aplicación en corriente alterna, pero el comportamiento es distinto por cuanto ni la inductancia ni el capacitor disipan energía, lo que hacen es almacenarla y devolverla al generador alternativamente. Se dice que entretienen energía.

Aplicando los conceptos vistos puede demostrarse que la potencia activa, o potencia media, disipada por un circuito está dada por:

$$P = \frac{V_{max} \times I_{max}}{2} \cos(\varphi - \theta) = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \times \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \cos\varphi$$

La potencia P estará dada en vatios (watts) si V_{max} está en voltios y I_{max} en amperios. El factor **cos φ**, llamado **factor de potencia**, está dado por el desfasaje de la tensión respecto de la corriente. Las amplitudes divididas por raíz de 2 son los denominados **valores eficaces** de la tensión y de la corriente, porque su producto da la potencia sobre una resistencia pura (cos φ = 1). Son los valores equivalentes de una corriente continua que desarrolla la misma potencia que la alterna.

Esos valores son los utilizados para indicar las tensiones y las corrientes en el mundo eléctrico, los 220 voltios de nuestra distribución domiciliaria son 220 voltios eficaces, la amplitud de esa tensión es de 311 voltios pico o máximos.

Por consiguiente la potencia la vamos a expresar como:

$$\mathbf{P = V \cdot I \cdot \cos\varphi \ [vatios, W]}$$

ya que no es necesario indicar que se trata de valores eficaces, porque es así a menos que se indique lo contrario.

Es frecuente utilizar el producto de la tensión por la corriente sin considerar el factor de potencia y se obtiene así la potencia aparente que obtendríamos de medir ambas con un multímetro o tester y multiplicarlas.

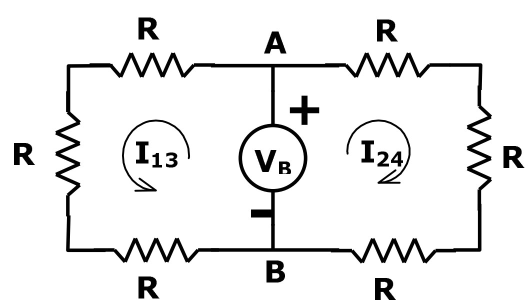
$$\mathbf{S = V \cdot I \ [voltamperios, VA]}$$

como observamos las dos potencias tienen distinto símbolo y también distintas unidades, aunque la dimensión de ambas es la misma ya que el cos φ es adimensional.

3-H) Ejemplos de cálculo

Para consolidar los conceptos dados realizaremos algunos cálculos en circuitos de corriente contínua y alterna.

1.- Resolver el circuito de la figura donde:



R1 = 5 ohms	R2 = 9 ohms
R3 = 7 ohms	R4 = 6 ohms
R5 = 8 ohms	R6 = 15 ohms

V = 24 voltios

Solución:

El circuito presenta un generador ideal de tensión que alimenta a dos ramas en paralelo formadas por tres resistencias en serie. Aplicando la fórmula de resistencias en serie obtenemos que la rama de la izquierda tiene una resistencia equivalente de:

$R_{135} = R_1 + R_3 + R_5 = 5 + 7 + 8 = 20$ ohmios.

Esta resistencia está alimentada por el generador, por ella circulará una corriente de:

$I_{135} = V / R_{135} = 24 / 20 = 1,2$ Amperios.

La tensión desarrollada sobre cada resistencia de la rama, teniendo en cuenta el sentido de la corriente indicado, será:

V_1 = $R_1 \cdot I_{135}$ = **6 voltios**; **V_3 =** $R_3 \cdot I_{135}$ = **8,4 voltios** y **V_5 =** $R_5 \cdot I_{135}$ = **9,6 voltios**

La suma de las tres tensiones debe dar igual a la del generador 24 voltios.

Para la otra rama:

$R_{246} = R_2 + R_4 + R_6 = 9 + 6 + 15 = 30$ ohmios.

$I_{246} = V / R_{246} = 24 / 30 = 0,8$ Amperios.

V_2 = $R_2 \cdot I_{246}$ = **7,2 voltios**; **V_4 =** $R_4 \cdot I_{246}$ = **4,8 voltios** y **V_6 =** $R_6 \cdot I_{246}$ = **12 voltios**

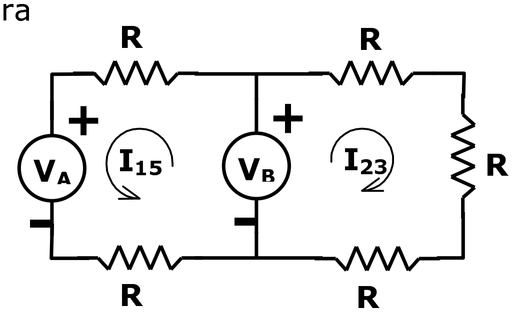
También se obtienen 24 voltios para su suma. Finalmente tenemos que las dos corrientes son suministradas por el generador, teniendo en cuenta la primera ley de Kirchhoff en el nodo A o B, por lo tanto la corriente que suministra será:

I_V = $I_{135} + I_{246} = 1,2 + 0,8$ **= 2 amperios.**

La potencia suministrada es:

W_G = $I_G \cdot V = 2 \cdot 24$ = **48 vatios.**

2.- Resolver el circuito de la figura donde:



$R_1 = 8$ ohms $R_2 = 9$ ohms

$R_3 = 5$ ohms $R_3 = 6$ ohms

$R_5 = 8$ ohms

$V_A = 12$ voltios $V_B = 20$ voltios

<u>Solución:</u>

En este caso la rama de la derecha se resuelve igual que en el caso anterior.

$R_{234} = R_2 + R_3 + R_4 = 9 + 5 + 6 = 20\ \Omega$

$I_{234} = V_B / R_{234} = 20 / 20 = 1$ Amperio.

V_2 = $R_2 \cdot I_{234}$ = **9 voltios**; **V_3 =** $R_3 \cdot I_{234}$ = **5 voltios** y **V_4 =** $R_4 \cdot I_{234}$ = **6 voltios**

La rama de la izquierda está formada por un generador y dos resistencias, si aplicamos la segunda ley de Kirchhoff tendremos que:

$V_5 + V_A + V_1 - V_B = I_{15} \cdot R_5 + V_A + I_{15} \cdot R_1 - V_B = (V_A - V_B) + I_{15}\ (R_5 + R_1)$

El signo de V_B es negativo por encontrarse en oposición a V_A. Despejando:

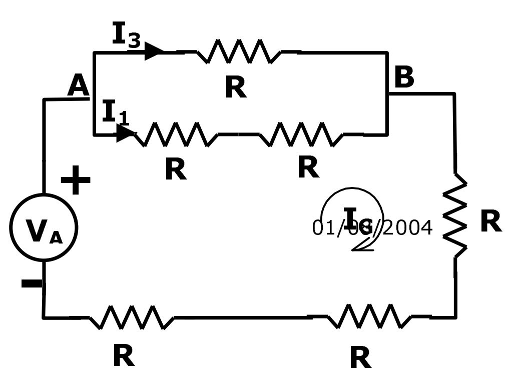
$I_{15} = - (V_A - V_B) / (R_5 + R_1) = - (12 - 20) / (8 + 8) = 0,5$ Amperio

V_1 = $R_1 \cdot I_{15}$ = **4 voltios** y **V_5 =** $R_5 \cdot I_{15}$ = **4 voltios**

La corriente por V_A es la misma I_{15} y la por V_B es la suma de las dos mallas:

I_A = I_{15} = **0,5 amp.**; **I_B =** $I_{234} + I_{15} = 1 + 0,5$ = **1,5 amp.**

3.- Resolver el circuito de la figura



donde:

R1 = 5 ohms R2 = 7 ohms

R3 = 12 ohms R4 = 4 ohms

R5 = 2 ohms R6 = 6 ohms

V = 18 voltios

Solución:

Ahora el problema es algo más complejo.

Tenemos el montaje combinado de resistencias en serie y paralelo y se debe resolver por partes:

R_{12} (serie) = $R_1 + R_2 = 5 + 7 = 12\ \Omega$;

R_{123} (paralelo de R_{12} y R_3) = $(R_{12} \cdot R_3)/(R_{12} + R_3) = (12 \cdot 12) / (12 + 12) = 6\ \Omega$;

R_R (serie R_{123}; R_4; R_5 y R_6) = $R_{123} + R_4 + R_5 + R_6 = 18\ \Omega$.

La corriente que suministra el generador resulta:

$\mathbf{I_G} =$ V / R_R = 18 / 18 = **1 amp**.

Esta misma corriente circula por las resistencias de la serie R_{123}; R_4; R_5 y R_6.

Sobre la R_{123} desarrolla una tensión de:

$V_{123} = R_{123} \cdot I_G = 6 \cdot 1 = 6$ voltios.

Esa tensión hace circular por R_{12} la corriente:

$I_{12} = V_{123} / R_{12} = 0{,}5$ amp.

Lo que nos permite indicar que, ya que están en serie:

$\mathbf{I_1} = I_{12} =$ **0,5 amp**; $\mathbf{I_2} = I_{12} =$ **0,5 amp**

$\mathbf{V_1} = I_1 \cdot R_1 =$ **2,5 voltios**; $\mathbf{V_2} = I_2 \cdot R_2 =$ **3,5 voltios**.

La tensión V_{123} también está sobre R_3 y la corriente que circula por ella es:

$\mathbf{I_3} = V_{123} / R_3 = 6 / 12 =$ **0,5 amp.**

$\mathbf{V_3} = V_{123} = I_3 \cdot R_3 =$ **6 voltios**

Si aplicamos la primera ley de Kirchhoff en el nodo A o en el B vemos que se cumple que $I_3 + I_{12} = I_G$.

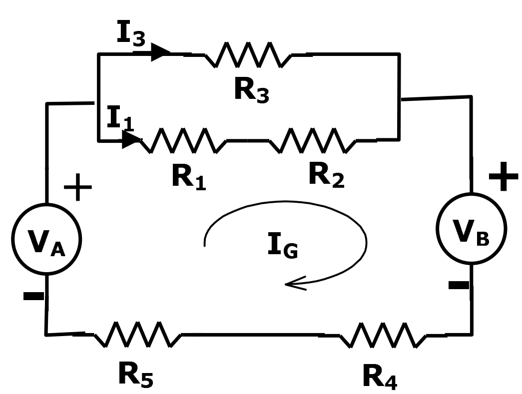
$\mathbf{I_4} = I_G =$ **1 amp.**; $\mathbf{I_5} = I_G =$ **1 amp.** e $\mathbf{I_6} = I_G =$ **1 amp.**.

$\mathbf{V_4} = I_G \cdot R_4 = 1 \cdot 4 =$ **4 V**; $\mathbf{V_5} = I_G \cdot R_5 =$ **2 V** y $\mathbf{V_6} = I_G \cdot R_6 =$ **6 V**.

La potencia entregada por el generador y disipada en las resistencias en forma de calor es:

$\mathbf{W_G} = V \cdot I_G = 18 \cdot 1 =$ **18 vatios.**

4.- Resolver el circuito de la figura donde:



R_1 = 4 ohms R_2 = 6 ohms

R_3 = 10 ohms R_4 = 6 ohms

R_5 = 9 ohms

V_A = 40 voltios V_B = 20 voltios

Solución:

Estamos ante el mismo caso del problema anterior en cuanto al montaje de las resistencias y al caso de la malla izquierda del problema nº 2. Por lo tanto:

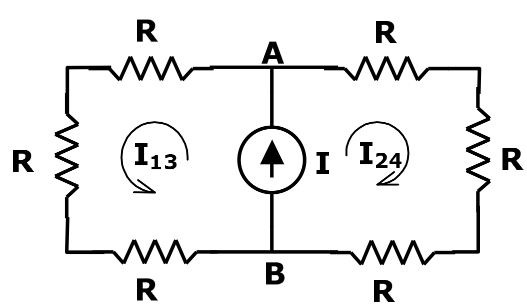
R_{12} (serie) = $R_1 + R_2 = 4 + 6 = 10\ \Omega$;

R_{123} (paralelo de R_{12} y R_3) = $(R_{12} \cdot R_3)/(R_{12} + R_3) = (10 \cdot 10) / (10 + 10) = 5\ \Omega$;

R_R (serie R_{123}; R_4 y R_5) = $R_{123} + R_4 + R_5 = 20\ \Omega$.

La corriente que suministran los generadores resulta:
I_G = (V_A - V_B) / R_R = 20 / 20 = **1 amp**.
Esta misma corriente circula por las resistencias de la serie R_{123}; R_4 y R_5.
Sobre la R_{123} desarrolla una tensión de:
$V_{123} = R_{123} \cdot I_G = 5 \cdot 1 = 5$ voltios.
Esa tensión hace circular por R_{12} la corriente:
$I_{12} = V_{123} / R_{12} = 0{,}5$ amp.
Lo que nos permite indicar que, ya que están en serie:
I_1 = I_{12} = **0,5 amp**; **I_2 =** I_{12} = **0,5 amp**
V_1 = $I_1 \cdot R_1 = 0{,}5 \cdot 4$ = **2 voltios**; **V_2 =** $I_2 \cdot R_2 = 0{,}5 \cdot 6$ = **3 voltios**.
La tensión V_{123} también está sobre R_3 y la corriente que circula por ella es:
I_3 = $V_{123} / R_3 = 5 / 10$ = **0,5 amp.**
V_3 = $V_{123} = I_3 \cdot R_3 = 0{,}5 \cdot 10$ = **5 voltios**
Si aplicamos la primera ley de Kirchhoff en el nodo A o en el B vemos que se cumple que $I_3 + I_{12} = I_G$.
I_4 = I_G = **1 amp.** e **I_5 =** I_G = **1 amp**.
V_4 = $I_G \cdot R_4 = 1 \cdot 6$ = **6 V**; y **V_5 =** $I_G \cdot R_5 = 1 \cdot 9$ = **9 V** .
La potencia entregada por cada generador y disipada en las resistencias en forma de calor es:
W_{GA} = $V_A \cdot I_G = 40 \cdot 1$ = **40 vatios.**
En el generador B la corriente circula respecto a la tensión en forma contraria a lo que ocurre en el A. Esa situación la ponemos de manifiesto en la fórmula con el signo menos:
W_{GB} = $-V_B \cdot I_G = -20 \cdot 1$ = **-20 vatios.**
Es decir que este generador recibe energía del otro, no aporta nada al circuito.
Tal condición la podríamos ver calculando la energía disipada en cada resistencia:
$W_1 = R_1 \cdot I_1^2 = 4 \cdot (0{,}5)^2 = 1$ W; $W_2 = 1{,}5$ W; $W_3 = 2{,}5$ W; $W_4 = 6$ W y $W_5 = 9$ W.
La suma de esas potencias disipadas es de 20 W que sumada a la absorbida por el generador B da el total de 40 W suministrados por el generador A.

5.- Resolver el circuito de la figura donde:



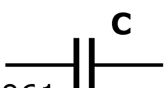
R_1 = 5 ohms R_2 = 6 ohms
R_3 = 10 ohms R_4 = 6 ohms
R_5 = 9 ohms R_6 = 4 ohms
I = 40 amperios
<u>Solución:</u>
Para la solución del problema es necesario encontrar la tensión en A-B. Para eso debe calcularse la resistencia conectada a los bornes del generador de corriente.
$R_{135} = R_1 + R_3 + R_5 = 5 + 10 + 9 = 24\ \Omega$.
$R_{246} = R_2 + R_4 + R_6 = 6 + 6 + 4 = 16\ \Omega$.
$R_R = R_{135} // R_{246} = 24 \cdot 16 / (24 + 16) = (48 / 5)\ \Omega$.
Ahora podemos calcular la tensión A-B:

$V_{AB} = R_R \cdot I = 48 \cdot 40 / 5 = 384$ Voltios.
Las corrientes en cada malla serán por lo tanto:
$I_{135} = V_{AB} / R_{135} = 384 / 24 = 16$ Amp.
$I_{246} = V_{AB} / R_{246} = 384 / 16 = 24$ Amp.
V_1 = $R_1 \cdot I_{136} = 5 \cdot 16$ **= 80 Voltios**.
V_2 = $R_2 \cdot I_{246} = 6 \cdot 24$ **= 144 Voltios**.
V_3 = $R_3 \cdot I_{135} = 10 \cdot 16$ **= 160 Voltios**.
V_4 = $R_4 \cdot I_{246} = 6 \cdot 24$ **= 144 Voltios.**
V_5 = $R_5 \cdot I_{135} = 9 \cdot 16$ **= 144 Voltios.**
V_6 = $R_6 \cdot I_{246} = 4 \cdot 24$ **= 96 Voltios.**
$V_1 + V_3 + V_5 = 80 + 160 + 144 = 384$ V.
$V_2 + V_4 + V_6 = 144 + 144 + 96 = 384$ V.
$I_1 = I_3 = I_5 =$ I_{135} **= 16 Amp**. y **$I_2 = I_4 = I_6 =$** I_{246} **= 24 Amp.**
La potencia suministrada por el generador de corriente resulta:
W_G = $V_{AB} \cdot I = 384 \cdot 40 =$ **15360 vatios** o 15,360 kW.

6.- Calcular la reactancia inductiva para una frecuencia de 50 Hertz, de una bobina cuya inductancia es de 0,03 Henrios.

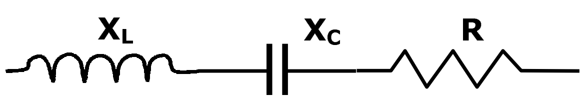
$X_L = 2\,\pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3{,}14159 \cdot 50 \cdot 0{,}03 = 9{,}425$ ohms

7.- Calcular la reactancia capacitiva para una frecuencia de 50 Hertz, de un condensador cuya capacitancia es de 0,003 Faradios.



$X_C = 1 / (2\,\pi \cdot f \cdot C) = 1 / (2 \cdot 3{,}14159 \cdot 50 \cdot 0{,}003) = 1{,}061$ ohms

8.- Calcular la impedancia de un circuito que tenga los dos elementos anteriores más una resistencia de 10 ohmios, todos conectados en serie y para la misma frecuencia.



$Z = R + j\,(X_L - X_C) =$
$= 10 + j\,(9{,}425 - 1{,}061) =$
$= (10 + j\,8{,}346)$ ohms

9.- Calcular la corriente que circularía por ese circuito si se le aplica una tensión de igual frecuencia (50 Hertz), una magnitud de 100 voltios y un ángulo de fase de 30º.

La corriente está dada por la relación de la Ley de Ohm: I = V/Z o I = V·Y. Como tenemos la tensión expresada en forma polar deberíamos llevar a la impedancia a la misma forma para hacer luego más simple el cálculo.

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{10^2 + 8{,}346^2} = 13{,}025\ \Omega.$$

$$\varphi_Z = \text{arctg}\ (8{,}346 / 10) = 39º\ 51'$$

$$Z = 13{,}025 \angle 39º\ 51'\ \Omega.$$

Ahora:

$$I = V / Z = (100 \angle 30º)\ \text{volts} / (13{,}025 \angle 39º\ 51')\ \Omega = 7{,}678 \angle -9º\ 51'\ \text{Amp.}$$

La corriente resultante tiene un valor eficaz de 7,678 amperios y un ángulo de fase de -9º 51'. El desfasaje entre la tensión y la corriente resulta exactamente igual al ángulo de la impedancia que determina su relación.

10.- Calcular la potencia media desarrollada en el circuito.

Habíamos visto que la potencia estaba dada por el producto de los valores eficaces de la tensión y la corriente y por el coseno del ángulo entre ellos, luego:

$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi_{\mathbf{Z}} = 100 \cdot 7{,}678 \cdot \cos(39º\ 51') = 589{,}459$ vatios.

3-I) Problemas prácticos:

1) Dado un circuito serie con R = 10 Ω, L = 0,1 Hy y C = 100 μFd, determinar la tensión en cada elemento y la total si es recorrido por una corriente de 5 amperios con una pulsación de ω = 100.

V_R = 50V; V_L= j 50V; V_C= -j 500V; V = (50 - j 450)V.-

2) Para el circuito anterior calcular la corriente que lo atravesará si es alimentado por una tensión de 100 voltios con una frecuencia de f = 159 hertzios. Determinar además la tensión sobre la inductancia.

I = (0,122 - j 1,098) A; V_L = (109,69 + j 12,19)V.-

3) Dado un circuito paralelo con G = 10 S, L = 0,1 Hy y C = 100 μFd, determinar la corriente en cada elemento y la total si es alimentado por una tensión de 5 voltios con una pulsación de ω = 100.

I_R = 50A; I_L = -j 0,5A; I_C = j 0,05A; I = (50 - j 0,45)A.-

4) Para el circuito anterior calcular la tensión que tendrá sobre sus elementos si es alimentado por una corriente de 10 amperios con una frecuencia de f = 159 hertzios. Determinar además la corriente sobre la capacidad.

V = (1 - j 0,01) V; I_C= (0,001 + j 0,1) A.-

5) Calcular el ángulo de fase entre la tensión y la corriente total del problema anterior asumiendo que la corriente tiene ángulo de fase igual a cero (I = 10 + j 0).

φ = - 0º 34'

6) Para el problema nº 2 calcular las potencia media y aparente sobre cada elemento y las totales. (Utilizar los datos ya obtenidos si corresponde).

S_R= 12,2 W; S_L= j 121,93 VAr; S_C= -j 12,21 VAr; S = (12,2 + j 109,8) VA.-

7) Lo mismo que el anterior para el problema nº 3.

S_R= 250 W; S_L= j 2,5 VAr; S_C= - j 0,25 VAr; S = (250 + j 2,25) VA.-

8) ¿Qué conclusiones puede sacar de los resultados de los dos problemas anteriores, teniendo en cuenta los errores de precisión?

9) Teniendo en cuenta las conclusiones anteriores, calcular la potencia media desarrollada sobre el circuito de los problemas nº1 y nº4.

S_1 = (250 - j 2250)VA; S_4 = (10 - j 0,1)VA.-

10) Calcular la corriente que consume un monitor si su placa indica que está diseñado para 220 volts y toma una potencia media de 200 vatios con un factor de potencia de FP = 0,8.

I = 1,14 A.-

11) Para especificar una llave termomagnética de protección para la instalación es necesario conocer el módulo de la corriente total que consume. Los elementos que la integran son:
Un gabinete principal que indica: 220 voltios, 3 amperios, FP = 0,75; un monitor que especifica: 220 voltios, 250 voltamperios, FP = 0,7; una impresora láser cuya placa indica: 220 voltios, 10 amperios, FP = 0,65.

I = 14,14A.-

12) Para poder especificar una fuente no interrumpible (UPS), además del tiempo de protección mínimo requerido, me es imprescindible indicar la potencia media y la aparente que insume la instalación anterior. ¿Cuales son esos valores?

P = 2100W; S = 3111VA.-

13) Con los datos de la instalación anterior. ¿Cuál es la impedancia equivalente de la instalación?

Z = (10,53 + j 11,51) Ω.-

14) Grafique en tres gráficos independientes, a) la impedancia, b) la tensión y la corriente (use diferentes escalas y colores para cada una) y c) la potencia vectorial.

15) Saque conclusiones de ellos.

NOTAS Y COMENTARIOS

Apéndice A

A-1) NOCIONES BÁSICAS ELEMENTALES DE CORRIENTE ELÉCTRICA

Antes de indicar como se miden los parámetros eléctricos que hemos citado vamos a ver algunos conceptos básicos referidos a ellos.

La **tensión** es la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos de un sistema. También se lo conoce como **voltaje** porque la unidad de medición es el **volt** o **voltio**. Esa diferencia surge de reacciones químicas en las pilas comunes, en las baterías y elementos similares, también pueden producirse por efectos físicos en las celdas solares y en las termopilas, y por medios electromecánicos en los generadores y las dínamos. Los símbolos utilizados para indicarla son: **v**, **e**, o **u** tanto minúsculas como mayúsculas

La compañía de electricidad que nos la provee debe suministrarnos una tensión específica que podemos controlar en cualquier toma de nuestras casas midiendo esa tensión entre los dos contactos del toma. En la generalidad de las instalaciones domiciliarias de nuestro país es de 220 voltios de alterna. Como comparación una pila común de linterna provee una tensión de 1,5 voltios en continua, una batería de automóvil es de 12 voltios, también de continua, y el tubo de un televisor o las bujías de un auto pueden trabajar con tensiones de 15.000 volts.

La tensión que suministra un dispositivo o la que requiere para su funcionamiento normal está siempre indicado. Por ejemplo si observamos una lámpara común veremos que tiene la inscripción 220 V (o 240 V las "reforzadas"). La letra **V** es la abreviatura standard para la unidad de tensión.

La **corriente** eléctrica es la circulación de cargas eléctricas a través de un elemento debido a la existencia de una tensión en los terminales y a la posibilidad de que ello ocurra dada por las características del elemento. Por ejemplo las lámparas son elementos que permiten la circulación de corriente por ellas desde un terminal a otro (desde el casquillo roscado y el contacto de fondo) pero no todas son iguales. Algunas permiten una mayor circulación de corriente que otras para la misma tensión en sus terminales, como consecuencia de ello las primeras dan más luz que las otras.

La corriente eléctrica, que también se conoce como **intensidad** y genéricamente se indica con **i** o **I**, se mide en **amperes** o **amperios** y el símbolo de la unidad es la letra **A**. Esa característica puede o no venir indicada en los dispositivos, pero en los de marca es casi una norma que lo expresen.

Si volvemos al caso de las lámparas veremos que como indicación muestran la tensión (que ya indicamos) y otro parámetro indicado por **W** (por ejemplo 60 W) esto es la **potencia** (**P**) que consume la lámpara expresada en **vatios** o **watts**. Este valor se obtiene de multiplicar la tensión por la corriente que circula por el elemento:

$$P = V \cdot I$$

Por lo tanto podemos calcular la corriente dividiendo la potencia por la tensión. Para el caso dado tendríamos que la corriente en una lámpara de 60 vatios a 220 voltios será de 60 / 220 = 0,273 A o 273 mA (miliamperes).

La característica de los elementos que permiten una mayor o menor circulación de corriente se denomina **resistencia** eléctrica o, simplemente resistencia. Ese parámetro determina la relación entre la tensión y la corriente, su magnitud se expresa en **ohmios** u **ohms** y se indica con la letra griega mayúscula omega.

$$R = V / I$$

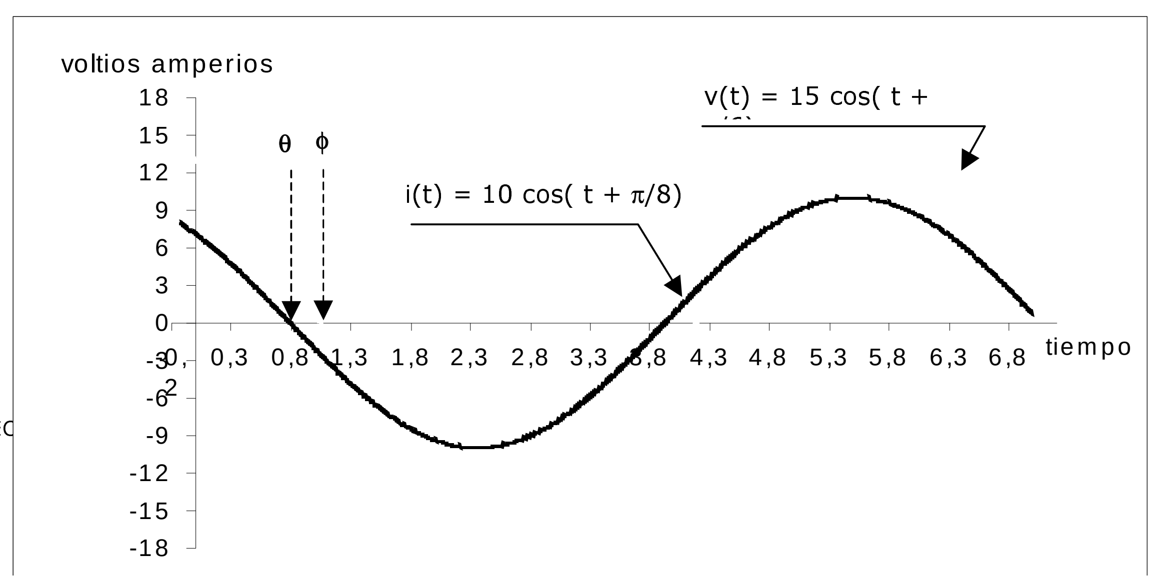
Volviendo al caso anterior de la lámpara, su resistencia será igual a la división de la tensión por la corriente, es decir que será 220 / 0,273 = 806 ohmios.

Hemos citado al hablar de la tensión que podía ser continua o alterna. La diferencia entre ellas está dada por la variación que experimentan en el tiempo. La continua permanece siempre igual, mientras que la alterna está oscilando en forma senoidal entre un máximo positivo y uno negativo de igual magnitud, denominado **valor máximo** o valor pico. Esta oscilación la realiza un número establecido de veces por segundo que se denomina la **frecuencia** siendo la unidad el **Hertz**, o **ciclos por segundo**, indicada por **Hz**. En nuestras casas es de 50 Hertz, o sea que realiza la variación completa 50 veces por segundo.

Formalmente, las expresiones de una tensión y de una corriente en función del tiempo están dadas por:

$$v(t) = V_{max} \text{ coseno } (2\pi \cdot f \cdot t + \phi) \qquad \text{y} \qquad i(t) = I_{max} \text{ coseno } (2\pi \cdot f \cdot t + \theta)$$

Donde **f** es la frecuencia y **t** es la variable tiempo. Si bien la variación de la tensión tiene la misma forma y frecuencia que la de la corriente, normalmente no están sincronizadas y esa diferencia la señalan los coeficientes ϕ y θ en las expresiones, llamados **ángulos de fase**. Esto implica que hay un desplazamiento de la curva que representa a la tensión con respecto a la de la corriente, ese desplazamiento se denomina **desfasaje** y se expresa como **diferencia de fase** (generalmente con la letra griega "phi": $\varphi = \phi - \theta$).



Además como el valor instantáneo de la tensión y de la corriente es siempre cambiante el resultado de su producto para determinar la potencia también es cambiante y depende tanto de las amplitudes como del desfasaje. Por ello se ha definido el **valor eficaz** como el valor de una tensión o corriente contínua que produce la misma potencia que el valor medio de la potencia de una tensión o corriente alterna. Ese valor está dado por la amplitud de la tensión o corriente alterna dividida por la raíz de 2.

$$V_{ef} = V_{max} / \sqrt{2} \qquad I_{ef} = I_{max} / \sqrt{2}$$

Este valor es el que se usa normalmente para evaluar las tensiones y corrientes alternas en lugar del la amplitud o valor pico. El valor de 220 voltios de la tensión de distribución domiciliaria es el valor eficaz de una tensión cuya amplitud o valor máximo es de 311 voltios, y los valores del gráfico se corresponderían con una tensión cuyo valor eficaz es de 10,6 voltios y una corriente de 7,07 amperios.

Con los conceptos de desfasaje entre la tensión y la corriente y teniendo en cuenta los valores eficaces, la ***potencia en corriente alterna*** se indica de dos formas:

Potencia media, o activa, dada por: $P = V \cdot I \cdot \cos \varphi$ en vatios [W]

y la **Potencia aparente**, dada por: $S = V \cdot I$ en voltamperios [VA]

A-2) USO DE INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

Dado que trabajaremos con energía eléctrica, creemos conveniente tener conocimientos de cómo usar un instrumento de medición de variables eléctricas. Actualmente son de bajo costo y pueden servir para resolver problemas (y también para evitarlos) en nuestros equipos.

Al instrumento que haremos referencia es al **multímetro**, conocido como "**tester**", que nos permite medir tensiones, corrientes y resistencias (en algunos casos también otros parámetros).

Los instrumentos disponibles son de distintos tipos y tecnologías, desde los simples de aguja a los sofisticados electrónicos, por ello las consideraciones que daremos aquí son generales, en particular habrá que observar el multímetro disponible y leer el manual para determinar las prestaciones, y las precauciones a tener en cuenta para utilizarlo.

Debemos tener mucha precaución para utilizar tanto un multímetro como cualquier otro instrumento de medición. El conectar mal un instrumento puede causar el daño irreparable del elemento bajo medición y/o del instrumento, además de serios daños para el usuario.

Antes de realizar mediciones solos es aconsejable la realización de prácticas bajo la supervisión de alguien que tenga experiencia.

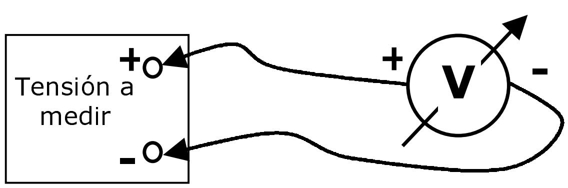
Con la electricidad no se juega, lamentablemente no se ve pero si está la sentiremos y tal vez sea lo último que sintamos.

Nunca toquemos las partes metálicas de un circuito, manipulemos los elementos de conexión por sus partes aisladas preparadas para ello, no apoyemos el multímetro sobre el circuito que estemos midiendo

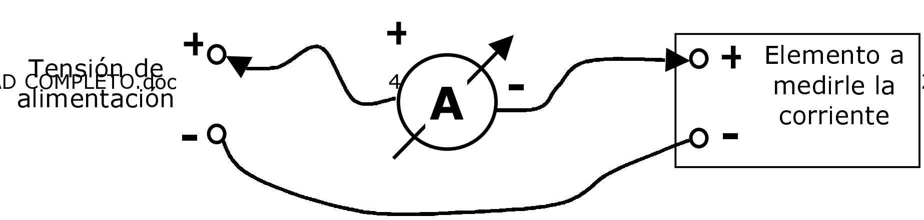
El más simple de los instrumentos posee dos terminales: uno marcado como (-) o común, y el otro marcado como (+). En esos terminales se conectan las **puntas de prueba** generalmente una negra, en el (-), y otra roja, en el (+). Otros traen, además, terminales para otras funciones.

Antes de conectar el instrumento debemos asegurarnos que está preparado para la medición que queremos hacer. Para ello se dispone de un selector que tiene varias posiciones: **tensión**, indicada con V, con varias escalas de continua y alterna; **corriente**, o intensidad, indicada con I (a veces con A por la unidad de medición) también con varias escalas de continua y, no siempre, de alterna; y **resistencia**, indicada con R o con □, con varias escalas. Algunos instrumentos son multifuncionales y poseen distintos tipos de conectores para los distintos fines. En estos casos, y en algunos multímetros simples, hay que usar el selector y además cambiar la conexión de las puntas de prueba para elegir la función y/o el rango deseados.

Dijimos que la **tensión** es ***entre*** dos puntos por lo que, para medirla o utilizarla, debemos conectar nuestro dispositivo entre esos dos puntos, una punta de prueba o un terminal en un punto y el restante en el otro: decimos que se conectan en **paralelo**. Todos los elementos quedan alimentados por la misma tensión, es lo que ocurre cuando utilizamos un triple en un toma de nuestras casas.



La **corriente** circula ***por*** el elemento, para medirla deberemos hacer circular esa corriente por el instrumento; deberemos intercalarlo en uno de los terminales; la conexión es en **serie**. Así es como conectamos los interruptores, o llaves de luz, para cortar la corriente o apagar y/o prender las luces.



Tanto para medir tensiones como corrientes debemos tener en cuenta dos cosas muy importantes: a) asegurarnos de las polaridades de las tensiones si estamos en contínua, conectando los elementos como lo indican los diagramas anteriores; y b) utilizar una escala que tenga una capacidad máxima mayor que el valor del parámetro a medir. En caso de duda empecemos con la máxima disponible y luego, si es necesario, bajemos la escala.

Para medir **resistencia** el circuito debe estar sin tensión, es decir no debe estar conectado. Si lo está nos quedaremos sin instrumento. La medición de la resistencia se realiza haciendo circular una corriente por ella, esta corriente es suministrada por el mismo instrumento (para ello dispone de pilas o baterías, además de las necesarias para su funcionamiento normal si es electrónico), si hay otra corriente en el circuito lo menos que va a ocurrir es que la medición sea incorrecta, pero, insistimos, lo más probable es el daño del multímetro.

Normalmente para medir resistencias hay que ajustar el medidor. Una vez seleccionada la escala deseada se ponen en contacto las puntas de las puntas de prueba y, con una perilla al efecto, ajustamos para tener una lectura de cero (sea con la aguja o en el display). Luego realizamos la medición colocando las puntas de prueba en los terminales, o bornes de conexión, del elemento a medir.